TRAITÉ

D'ASTRONOMIE.

TRAITÉ

D'ASTRONOMIE.

PAR

M. L'ABBÉ VASSART.

LILLE,

IMPRIMERIE DE L. DANEL, GRAND'PLACE, 18.

1856.

PRÉFACE.

I.

Tout le monde sait aujourd'hui que l'astronomie est la science qui s'occupe des corps célestes et des phénomènes qui se passent dans les cieux. Elle détermine les durées des révolutions, des rotations des astres ; indique les distances des planètes au soleil, leurs diamètres ; fixe leurs grosseurs, leurs densités, leurs masses, leurs pesanteurs ; calcule leurs cours, leurs mouvements ; prédit les éclipses ; prévoit les marées avec leurs conséquences : en un mot, elle analyse tout le mécanisme des cieux, trace leur marche et rend compte de leur ensemble.

II.

Bien différente des autres sciences qui s'arrêtent à la terre et appellent toujours nos regards vers les choses placées plus bas que nous, l'astronomie, au contraire, invite l'homme à reprendre son attitude naturelle ; elle le redresse sur ses pieds ; lui fait lever le front, regarder le ciel.

Est-il une autre science naturelle qui, comme elle, nous apprenne à connaître Dieu ; nous donne une idée aussi frappante de son immensité, de sa sagesse, de sa puissance, de sa bonté, et révèle en même temps mieux à l'homme sa petitesse, son exiguité au milieu de l'univers?

En effet, et d'abord l'objet de l'astronomie est aussi vaste que la création, et il n'a d'autres bornes que celles que Dieu a mises lui-même à ses ouvrages : s'en peut-il dès lors de plus capable, parmi les sciences naturelles, de nous donner la pensée de l'immensité de Dieu ? L'imagination se perd, succombe comme absorbée, quand, réfléchissant aux distances, qui paraissent comme infinies, des corps qui ornent les cieux, elle veut en mesurer les limites : or, ne faut-il pas dès lors que l'auteur qui a su embrasser tant d'étendue dans ses ouvrages, n'ait

point reconnu de bornes à son plan, et ait eu par conséquent pour lui le caractère de l'immensité ? (1)

Après cela, quel ordre admirable dans l'ensemble de tous ces corps qui gravitent dans l'espace ! Quelle subordination des uns envers les autres ! Quelle exactitude dans leurs mouvements ! Des années, des siècles s'écoulent, et chaque chose marche toujours avec la même régularité ; jamais rien ne déroge : c'est une harmonie continuelle des plus parfaites.

Quelle est donc la sagesse qui a su ainsi imprimer à un ouvrage aussi compliqué, aussi étendu, aussi varié, ce caractère de justesse, de régularité, de précision, de persévérance que nous remarquons au ciel ? A-t-il fallu moins qu'une sagesse infinie ?

Ensuite, la puissance de Dieu n'a-t-elle pas à son tour sa manifestation dans les cieux ; et les corps énormes dont se joue une main invisible qui leur communique les mouvements les plus variés, et leur impose en même temps ses lois les plus rigoureuses et les plus précises, ne sont-ils pas propres à révéler cette force qui, à l'origine du monde, n'a pas trouvé d'obstacle pour les tirer du néant ?

Enfin, et la bonté de ce grand Être ne se manifeste-t-elle pas aussi sensiblement que sa puissance, lorsqu'il donne à l'homme non seulement les facultés nécessaires pour apprécier les magnificences de ses œuvres, mais celles encore dont il a besoin pour découvrir avec précision l'accomplissement de ses lois, pour faire servir le globe qu'il habite à mesurer les grandeurs, les distances du soleil, des planètes, de tous les astres qui peuplent les cieux ?

Concluons de là, avec le psalmiste, que « les cieux annoncent la gloire de Dieu, et que les ouvrages qui décorent le firmament révèlent, de la manière la plus frappante, un auteur dont l'infinité caractérise la grandeur, la sagesse, la puissance, la bonté. »

Concluons encore que l'étude de l'astronomie, quand, au sentiment de la sublimité de son objet, on sait joindre celui du caractère religieux qui est naturel à cette science, est capable non seulement d'élever l'esprit de l'homme qui s'y adonne au-dessus des choses basses et méprisables, mais encore de porter son cœur à rendre avec plus d'intimité le tribut d'amour et d'adoration qui est dû à son créateur.

---

(1) Voyez l'*Encyclop. théologique* de M. Migne.

Mais si l homme etudiant les cieux apprend a connaitre l auteur de toutes choses et a lui rendre l hommage qui lui est du il apprend aussi a se connaitre soi meme et a s apprecier au milieu de l univers car en meme temps que l esprit s eleve a la sublimite des objets qu il y aperçoit il trouve aussi les motifs les plus puissants de s inspirer d une profonde humilite

En effet l homme considère qu a côte de quelques faibles connaissances qu il acquiert il est une infinite de mysteres qu il ne peut resoudre et qu au dela des limites qui terminent son regard il se trouve encore des milliers de mondes qui se multiplient toujours a mesure que sa vue se prolonge or cette pensee n est-elle pas propre a l humilier et a lui faire dire que sa science n a pas plus d etendue que son etre ?

Et puis qu est-il lui meme dans ce vaste univers? Le globe qui porte l homme est bien grand le systême solaire tout entier est bien vaste mais si l on compare ces choses avec l ensemble de tout ce qui existe qu y a t il la sinon un point si petit qu il pourrait etre aneanti sans que son extinction fut seulement sensible dans l immensite de la creation? Or qu est ce que l homme compare a son tour au globe qu il habite au systeme solaire tout entier? Et si apres cela l homme veut encore se retrecir dans le petit espace qui le confine sur la terre pourra t il encore se voir se soupçonner même dans l ensemble de l univers ?

Oh ! le psalmiste etait sans doute anime par cette pensee lorsque contemplant les cieux les astres qui y sont parsemes il s ecriait « Qu est ce que l homme Seigneur pour que vous daigniez vous souvenir de lui en faire l objet de vos soins ? » David etait donc dans le vrai en attribuant ainsi tant de petitesse a l homme mais il trouvait en meme temps une grandeur a l homme celle qui lui vient de Dieu « c est d etre a peu pres egal aux anges d etre couronne par son Createur de gloire et d honneur et d avoir ici bas la suprematie sur toutes les autres creatures (ps 8) »

III

L astronomie ne se borne pas a contempler l etat actuel des cieux elle se reporte a l epoque meme qui preceda l origine des temps et va pour ainsi dire demander a Dieu lui meme de quelle maniere se sont

formés tous les corps dont la présence lui est constatée. Elle s'occupe aussi de la recherche de la cause qui fait mouvoir les planètes, scrute le mode dont cette cause agit sur ces astres, et, en même temps, en signale les phénomènes.

Tout l'objet de cette vaste science ne renferme donc pas moins de quatre choses : ce sont : la manière dont se sont formés à leur origine les corps célestes, la cause naturelle qui fait mouvoir les planètes, la manière dont cette cause agit sur ces astres, et les phénomènes qui résultent, dans le ciel, de l'action de cette cause.

D'après cela, si nous avions l'intention de donner un traité complet d'astronomie, nous le diviserions en quatre grandes sections, autant que nous venons d'énumérer de choses qui constituent l'objet complet de cette science ; mais comme déjà plusieurs auteurs de haut mérite ont expliqué la cosmogonie d'une manière aussi satisfaisante que le comporte l'état actuel des connaissances humaines, nous nous abstiendrons de rapporter cette section, et nous nous contenterons de renvoyer le lecteur aux ouvrages spéciaux de ces savants qui en parlent.

Quant à la cause qui fait mouvoir les planètes, et qui devrait faire l'objet de la seconde section d'un traité complet d'astronomie, nous disons en peu de mots qu'on ignore encore cette cause, et que par conséquent nous ne pouvons en parler (1), non plus que de la manière dont cette cause peut agir sur les astres, ce qui constitue la troisième section.

Notre traité n'atteindra donc que le dernier des quatre objets partiels qui ont été indiqués, et par conséquent se bornera à tout ce qui peut regarder le fait actuel du mécanisme du système solaire.

Nous diviserons ce traité en trois parties, dans chacune desquelles nous donnerons successivement : d'abord certaines notions astronomiques ; ensuite, la solution d'un certain nombre de divers problèmes ; enfin, quelques théorèmes.

---

(1) Nos investigations et les recherches que nous avons faites nous permettraient, il est vrai, même dès ce moment, d'émettre sur la nature de cette cause un système d'autant plus vraisemblable qu'il paraît expliquer mieux, à lui seul, les divers mouvements de tous les corps dépendants du soleil ; mais comme nos idées sur ce point de la science ne sont encore qu'à l'état de système, nous voulons, avant de le produire, attendre qu'elles soient mieux fixées et aient reçu un développement plus étendu.

Il est possible que quelques lecteurs ne verront pas tout à fait dans ce traité, ce qu'ils voudraient trouver, et qu'ils prétendront remarquer que certaines de nos solutions, ne sont pas démontrées avec toute l'évidence désirable. On ne manquera pas, et nous nous y attendons, d'émettre le désir de nous voir donner des démonstrations plus rigoureuses, plus claires, de plusieurs des nombreux problèmes qui y sont rapportés, et à montrer de la défiance contre quelques conclusions, inconnues jusqu'aujourd'hui, que nous y admettons, spécialement contre notre principe de l'équilibre, principe si riche à nos yeux pour la science astronomique; contre les valeurs numériques des vitesses relatives que nous attribuons à la terre et à la lune dans leurs ellipses aussi bien qu'à l'équateur solaire pendant sa rotation; contre les chiffres par lesquels nous représentons les masses du soleil, de la terre et de la lune; contre la différence que nous établissons entre le grand et le petit rayon de la terre; contre le degré d'influence et d'attraction que nous reconnaissons à la lune sur les eaux de la mer, etc. C'est pour répondre d'avance à tous ces doutes de la part des lecteurs, à toute demande de ce genre qui pourrait nous être faite, que nous allons faire les réflexions suivantes :

D'abord, nous avouons ingénûment que plusieurs de nos solutions ne sont pas parfaitement démontrées, et que, rigoureusement parlant, les résultats que nous en tirons, manquent, par conséquent, de motif suffisant, si on le veut, d'évidence particulière pour être admis de suite. Nous avouons encore qu'il ne nous est pas donné de démontrer d'une manière plus claire chacune de toutes les solutions recherchées par nous dans ce traité; et que, s'il existe des preuves particulières plus évidentes que celles que nous donnons, nous ne les connaissons pas. Nous laisserons donc le lecteur juger par lui-même s'il y a lieu ou non d'admettre, comme des vérités, comme des probabilités, comme des doutes même, s'il le veut, les résultats que nous rapportons dans le cours de cet ouvrage.

Nous voulons néanmoins faire observer à tout lecteur qui serait disposé à rejeter nos solutions, surtout notre principe de l'équilibre, sous le prétexte que nous n'en donnons pas une démonstration suffisamment évidente, que Newton n'a pas démontré son principe de l'at-

traction autrement que par des faits or c est ce que nous fesons Kepler n a pas non plus demontre ses lois sinon par l application nous ferons aussi l application du principe susdit

Ensuite est il necessaire de demontrer que chaque rouage dans une machine par exemple dans une horloge possede toutes les dimensions particulieres qui lui conviennent pour les fonctions qui lui sont reparties dans le mecanisme general quand on voit d ailleurs la machine tout entiere marcher regulierement et atteindre au but auquel elle est destinee? Or nos resultats particuliers compares entre eux forment comme autant de rouages un tout mecanique qui s accorde parfaitement dans son ensemble par consequent dans ses parties

Voila tout ce que nous pouvons dire a tous ceux qui nous demanderont des demonstrations autres que celles que nous donnons dans ce traite Ajouterons-nous que ce que nous venons d ecrire sur la science astronomique n est que le fruit des etudes de nos moments de loisir et que nous n avons eu pour but en fesant imprimer nos pensees que d apporter tout simplement notre pierre a l edifice des connaissances humaines ou du moins de fournir quelques donnees utiles aux savants qui s occupent de cette science sans aucune intention meme de notre part de meriter le nom d auteur ?

Il est temps d en venir a notre sujet et d ouvrir la premiere partie de notre traite

---

TRAITÉ D'ASTRONOMIE.

Ce traité se composera de trois parties :

La première contiendra les notions préliminaires ;

La seconde, la solution de certains problèmes ;

La troisième, quelques théorèmes.

PREMIÈRE PARTIE

NOTIONS PRÉLIMINAIRES

1° Explications de certains termes

2° Corps célestes,

3° Systèmes planétaires

4° De la terre,

5° Cercles divisant la sphère,

6° Orientations

7° Arcs,

8° Temps,

9° Calcul (1)

---

(1) Nous ne dirons rien des éclipses et des marées : nous renvoyons, pour ces choses, à une foule de bons ouvrages qui en traitent spécialement.

CHAPITRE 1.er

EXPLICATIONS DE CERTAINS TERMES.

ARTICLE 1.er

1.° POINT ; 2.° LIGNE ; 3.° SURFACE ; 4.° VOLUME ; 5.° MASSE ; 6.° DENSITÉ.

§ 1.er

Point.

Par *point*, en général, on entend ce qui est supposé n'avoir ni longueur, ni largeur, ni épaisseur, et qui, par conséquent, n'est capable d'être soumis à aucune mesure.

Un *point* dans lequel on supposerait quelque dimension, deviendrait par là même capable d'être soumis à une mesure, et dès lors cesserait d'être un point, pour devenir une *ligne*.

Un point se nomme quelquefois, selon la chose qu'il sert à désigner, *nœud, centre, foyer, pôle, etc.*

§ 2.

Ligne.

La *ligne* en général est la trace décrite par un point qui, mis en mouvement, quitte un lieu pour aller en occuper un autre. En d'autres termes, c'est ce qui a longueur, sans largeur ni épaisseur.

Une ligne est supposée n'avoir aucune largeur ; s'il en était autrement, elle changerait par là même de nature et deviendrait une *surface*.

Elle est aussi supposée n'avoir aucune épaisseur pour la même raison.

On distingue *la ligne droite et la ligne courbe.*

N.° 1.

Ligne droite.

1.° Considérée en elle-même ; 2.° comme unité de mesure.

POINT 1.er

Ligne droite considérée en elle-même.

La ligne *droite* est le plus court chemin d'un point à un autre. En d'autres termes, c'est celle dont tous les points, pris à volonté sur toute sa longueur et deux à deux ou trois à trois, etc., sont toujours dans la même direction.

La ligne *droite*, considérée par rapport à sa position, est ou *horizontale*, ou *verticale*, ou *penchée*, et considérée par rapport à d'autres lignes, elle est ou *parallèle* ou *perpendiculaire*, ou *oblique*.

La ligne *horizontale* est celle qui a une direction parallèle à la surface de l'eau. Cette ligne se trouve au moyen du *niveau*.

La ligne *verticale* est celle dont la direction va de haut en bas suivant le rayon direct du lieu où son pied aboutit. On trouve cette ligne au moyen du *fil à plomb*.

La ligne *penchée* est toujours oblique aux deux précédentes.

Deux ou plusieurs lignes sont *parallèles* quand elles vont dans la même direction sans s'écarter l'une de l'autre. Ainsi sont parallèles les deux côtés d'un pavé, les barreaux d'une fenêtre, les lignes d'écriture, etc.

Deux lignes sont *perpendiculaires* quand l'une tombe sur l'autre sans s'incliner ni d'un coté ni de l'autre. La ligne verticale et la ligne horizontale sont *perpendiculaires*, de même les deux cotés adjacents d'un carre.

Deux lignes sont *obliques* quand l'une tombe sur l'autre en s'inclinant plus d'un coté que de l'autre : tels sont les deux cotes d'un triangle obliquangle.

POINT 2

Ligne droite considérée comme unité de mesure

Par *mesure*, en général, il faut entendre ce qui, pris comme unité, sert, comme tel, à apprécier la quantité de toutes les choses susceptibles de lui être comparées.

On distingue donc autant d'espèces de *mesures* qu'il a de différences dans la nature des choses susceptibles d'être mesurées. C'est ainsi qu'il y a le *mètre* pour les mesures de longueur, l'*are* pour mesurer les surfaces, le *litre* pour mesurer le volume des liquides, le *stère* pour mesurer le volume des solides, le *gramme* pour mesurer les poids, etc.

A toutes ces mesures, ajoutons qu'il y a le *baromètre* pour mesurer l'état hydrogénique de l'air, le *thermomètre* pour mesurer le degré de température, le *chronomètre* pour mesurer le temps, le *graphomètre* pour mesurer la valeur des angles, etc.

Mais nous ne nous arrêterons pas à définir tous ces instruments qui servent ainsi à constater l'unité de *mesure* de toutes ces choses, nous ne parlerons ici que des *mesures géographiques*, c'est à dire, 1° du degré, 2° de la lieue, 3° du mètre.

I

Ce que l'on doit entendre par *degré terrestre*

Pour expliquer d'une manière simple et intelligible ce que l'on doit entendre par *degré terrestre*, nous supposerons d'abord la terre parfaitement ronde, puis nous en ferons comme elle est réellement, un sphéroïde aplati vers ses pôles.

Dans l'un et l'autre cas nous examinerons quelle doit être la longueur métrique de chaque arc de *degré*, en supposant que le géomètre qui prend les mesures angulaires des *degrés* de chaque latitude, soit placé successivement d'abord au centre de la terre, puis à sa surface.

Si les mesures angulaires des *degrés terrestres* étaient prises du centre de la terre, nécessairement, dans le cas où la terre serait une sphère par-

faitement ronde, ces arcs seraient égaux entre eux sur la surface de la terre, et par conséquent, auraient aussi la même longueur métrique, par la raison que tous les arcs, compris entre deux rayons égaux et également distancés, ont nécessairement la même longueur linéaire.

Il en serait de même si ces mesures angulaires étaient prises dans le ciel, sur les étoiles, par un géomètre placé à la surface de la terre, toujours dans le cas où la terre serait parfaitement ronde.

Mais si les mesures angulaires des *degrés terrestres* étaient prises du centre de la terre, et que celle-ci fût un sphéroïde, comme elle est réellement, aplati vers les pôles, alors les arcs du méridien, qui seraient compris entre les rayons, seraient égaux entre eux, il est vrai, en mesure angulaire; mais ils ne seraient plus égaux entre eux en mesure métrique, puisque deux rayons plus longs doivent nécessairement présenter, sur la circonférence, une longueur métrique proportionnellement plus grande. Et, dans ce cas, le plus long degré métrique serait le plus rapproché de l'équateur, et tous les autres diminueraient graduellement jusqu'aux pôles où serait le plus court degré métrique.

Maintenant, supposons le géomètre placé à la surface de la terre et prenant, sur les étoiles du ciel, les mesures angulaires des *degrés terrestres*, au moyen d'un fil-à-plomb; dans le cas où la terre soit encore supposée un sphéroïde aplati vers ses pôles, qu'arrivera-t-il pour la longueur métrique de chaque degré?

Le voici : c'est que le fil-à-plomb, attiré par le ménisque de la terre, déviera de la ligne qui prolonge le rayon de la terre, et ainsi forcera le géomètre, pour obtenir la mesure angulaire de *chaque degré*, à se rapprocher de l'équateur. Par là, bien que le fil-à-plomb n'indique que l'angle juste d'un *degré*, cependant la mesure métrique de cet arc ne sera pas la même que tout à l'heure, et au lieu d'augmenter en se rapprochant de l'équateur, au contraire, elle diminuera, par la raison que la déviation de la verticale y deviendra d'autant plus forte. Ce sera donc l'inverse du cas précédent : les grands *degrés* métriques se trouveront alors aux pôles, et les autres diminueront progressivement jusqu'à l'équateur où se trouvera le plus petit *degré* métrique.

Or, ce dernier cas est celui qui existe réellement dans la nature, et par conséquent le seul qui puisse être supposé. Il faut donc définir le *degré* du sphéroïde terrestre, quelle que soit la différence du petit au grand rayon :

« Un espace métrique (diminuant progressivement en allant du pôle vers l'équateur) qu'il faut parcourir sur la surface terrestre, jusqu'à ce que la ligne verticale, ou le fil-à-plomb, ait changé angulairement d'un *degré* dans le ciel. »

Quant à la question de savoir de combien d'unités de la mesure métrique un *degré* diffère du *degré* précédent, elle sera résolue aux problèmes 14 et 15.

II.

Ce que l'on doit entendre par la *lieue*.

Nous ferons tout d'abord remarquer qu'on divise la circonférence entière en 360 degrés (voyez plus bas, N.° 2, point 1), et qu'en conséquence l'arc terrestre, compris entre l'équateur et le pôle, étant le quart de la circon-

ference, contient 90 degrés. Or, on est convenu de diviser ensuite chaque degré en 25 *lieues*, ce qui donne pour le quadrant, 90° × 25 = 9000 *lieues*.

Il est bien evident que les *lieues* ainsi generalement enoncées sont considerées comme etant toutes des *lieues* moyennes et égales entre elles, mais, en realité, les *lieues* prises sur la terre, a chaque latitude, ne sont pas égales entre elles, vu que les degres métriques dont chacun se divise sur toute l'etendue du quart du meridien, par le nombre constant de 25 lieues, ne sont pas egaux entre eux, comme il vient d'être dit.

Quelle est donc la quantite constante dont chaque *lieue*, prise a une latitude quelconque, differe de la *lieue* adjacente? Quelle est ensuite la longueur de la *lieue* a chaque latitude? Ce sont deux questions auxquelles nous repondrons aux problemes 14, 15.

III

Du metre

Le *metre*, unite de longueur reçue en France et connue dans presque toutes les parties du monde, est donné comme la dix-millionieme partie du quart du meridien terrestre, c'est a dire de la distance de l'equateur au pole nord. Il a ete adopté comme unite fondamentale par les Français (Voyez l'Extrait des lois du 18 Germinal an III de la republique), et même en vertu d'une autre loi du gouvernement (loi du 14 Juillet 1837), il est devenu obligatoire depuis 1840.

Le meridien terrestre, c'est a dire l'arc compris entre l'equateur et le pole nord, et dont la dix-millionieme partie devait donner la valeur du *metre*, a ete mesure et trouve egal a 5 130,740 toises, 74,074 cent millièmes. Or ce premier nombre multiplie successivement d'abord par 6 pieds valeur d'une toise, ensuite par 12 pouces, qui font 1 pied, enfin par 12 lignes contenues dans 1 pouce, donne pour resultat, 4,432,979 999 lignes, lequel resultat, divise ensuite par 10 millions, amene un quotient égal a 443 lignes 296 milliemes de ligne, ce qui equivaut a 3 pieds 11 lignes 296.

Voila donc le metre legal tel qu'il est usite aujourd'hui, et, bien qu'il n'y ait plus lieu de revenir maintenant sur la base d'ou il a ete pris, ni sur la valeur qu'il a reçue, nous ferons neanmoins ici quelques observations.

La premiere observation que nous ferons sur le *metre legal*, c'est que les savants qui l'ont etabli, auraient mieux atteint le but qu'on se proposait en voulant donner une mesure naturelle et capable d'être suivie comme etant la même par toutes les nations, si au lieu de l'etablir par une division du meridien terrestre, ils l'eussent tire d'une division de l'axe de la terre, qui est le même pour tous les peuples, tandis que les méridiens pouvant être de différentes longueurs a cause des inegalites du terrain qui se rencontrent sur la surface du globe, peuvent aussi faire varier le *metre* que chaque nation voudrait tirer de la division de ces cercles.

La seconde observation que nous ferons encore, c'est que le *metre* actuel peche dans sa valeur numerique, et cette assertion reste prouvee par des recherches plus recentes et plus exactes que l'on a faites de la longueur du quart du meridien. En effet, l'arc du meridien, dont la longueur avait servi a determiner la valeur du *metre* adopte en France par la Convention nationale, avait ete calcule d'apres un arc compris entre Formentura et

Greenwich, sur un aplatissement de $\frac{1}{334}$; mais, plus récemment, certains astronomes firent de nouvelles opérations sur la même base et calculèrent le méridien sur un aplatissement de $\frac{1}{304,16}$; ils trouvèrent ainsi la longueur du méridien de 5,131,658 toises, et par conséquent le *mètre*, de 3 pieds 11 lignes 375. La lieue moyenne, dans ce cas, est de 2,280 t. 744. (Voyez problème 14).

Nous n'entrerons pas davantage dans le détail de tous les calculs qui font voir évidemment que les résultats obtenus jusqu'aujourd'hui sur la nature du méridien terrestre, ne sont pas exacts ; car ceci, trop connu maintenant pour qu'il soit besoin de le prouver, ne pourrait d'ailleurs nous être ici utile. Nous devons cependant dire à l'honneur des géomètres français qui se sont occupés de la solution de ce grand problème, qu'ils ont obtenu tout ce qu'il était possible, humainement parlant, d'obtenir, par les moyens qu'ils ont employés, les seuls qui étaient alors en leur pouvoir.

De nos jours, un autre moyen se présente, plus sûr, plus certain, plus exact, et c'est l'électricité, courrier instantané, qui fournit ce moyen, en constatant à la fois, pour ainsi dire, et simultanément, le même point de temps dans plusieurs endroits, par la télégraphie électrique. Voyez ce que dit à ce propos le journal de l'Institut du 4 Octobre 1854, N.° 1083, au paragraphe Astronomie. Voyez aussi nos problèmes 14, 15, 16.

N.° 2.

Ligne courbe.

La *ligne courbe* est celle qui circule ou celle dont tous les points, pris à volonté et trois à trois, etc., ne sont pas placés dans la même direction.

En général, la *ligne courbe* est ou un *cercle*, ou une *ellipse*, ou un *arc*.

POINT 1.er

Cercle.

Un *cercle*, pris dans le sens qu'on y attache en géométrie est une surface plane circonscrite par une circonférence.

Astronomiquement, on appelle *cercles* les traces figurées dans la sphère céleste pour indiquer la position des astres à un moment donné, ou leur marche dans l'espace.

On distingue dans le *cercle* : 1° la *circonférence*, 2° le *diamètre*, 3° l'*axe*, 4° le *centre*, 5° le *plan*.

1.° La *circonférence* est une ligne fermée dont tous les points sont également éloignés du centre.

Toute *circonférence*, grande ou petite, est divisée par les géomètres, en 400 grades, selon la nouvelle division, ou en 360 degrés selon l'ancienne que nous avons suivie dans cet ouvrage, par la raison que tous les instruments sont encore assujettis à cette division.

Le degré, à son tour, se divise en 60 minutes, la minute en 60 secondes, et la seconde en décimales.

On est convenu, pour abréger l'écriture des degrés, minutes, secondes, de les accompagner d'un petit signe comme sont : $12^{\circ}\ 45'\ 51''$, ce qui signifie 12 degrés, 45 minutes, 51 secondes.

2° Le *diamètre* est une ligne droite qui, passant par le centre d'un cercle va parallèlement au plan de celui-ci aboutir aux deux points opposés de la circonférence.

Le *diamètre* d'un cercle contient deux fois la longueur du rayon de cette figure.

Il y a un rapport du *diamètre* à la circonférence, et ce rapport qui a été cherché par certains auteurs et poussé jusqu'à la cent cinquantième décimale, sans que pour cela il ait jamais été trouvé absolument exact, consiste en ce que, si vous supposez le diamètre égal à 1, la circonférence aura alors 3,141592653589, etc.

On remarquera que ces dernières décimales, exprimées ici jusqu'à la douzième figure, peuvent, lorsqu'on ne veut qu'une approximation ordinaire, n'être pas toutes employées; on peut alors choisir un nombre plus ou moins grand de ces figures, selon que l'on veut une exactitude plus ou moins étendue.

D'après cela, si un cercle a un diamètre égal, par exemple, à 12 mètres, pour avoir, par le rapport précédent, la longueur de la circonférence aussi exprimée en mètres, on fera 1 : 3,14159 etc. :: 12 : *r* — 37,69908 etc.

3° L'*axe* d'un cercle est la ligne droite qui passe par le centre de ce cercle, et dont la direction est perpendiculaire au plan et au diamètre de ce même cercle.

Par l'*axe* d'une sphère, on entend l'essieu sur lequel cette sphère est supposée tourner, et les deux extrémités de l'*axe* s'appellent *pôles*.

4° Le *centre* est un point placé sur le plan du cercle, et qui se trouve également éloigné de tous les points de la circonférence.

5° Nous définissons le *plan* du cercle, la superficie qu'engendrerait son rayon en supposant celui-ci immobile par une extrémité au centre de ce même cercle, et exécutant, par l'autre extrémité, un mouvement circulaire sur toute la longueur de la circonférence.

POINT 2

Ellipse

1. C'est une courbe qui résulte de l'intersection oblique d'un cône par un plan, et que, pour cela, on met au nombre des sections coniques. En d'autres termes, c'est une courbe plane, telle que la somme des deux distances de l'un quelconque de ses points aux deux foyers, est toujours la même. En d'autres termes encore, c'est un cercle allongé.

Il est facile de décrire une *ellipse*. Il suffit de fixer, par exemple, deux clous sur une table, et, après avoir enfermé ces deux clous dans une ficelle, de faire tourner celle-ci, en la tenant, pendant le mouvement de la main, par ses deux extrémités, autour des deux foyers susdits, traçant en même temps sur la table, une ligne qui détermine la longueur de la ficelle, supposée toujours uniformément tendue pendant l'opération; la courbe alors qui en résulte est l'*ellipse* cherchée.

Il faut remarquer que plus on écartera les deux clous susdits, plus aussi l'*ellipse* sera allongée, qu'au contraire plus ces clous seront rapprochés plus la figure deviendra ronde et se rapprochera de celle du cercle.

II.° Dans toute *ellipse*, on distingue : 1° les deux *foyers;* 2° le *centre;* 3.° l'*excentricité;* 4.° l'*aphélie* et le *périhélie;* 5.° le grand, le petit, le moyen *rayon*.

1.° Les *foyers* d'une ellipse sont les deux points qu'ont occupés les deux clous qui ont retenu la ficelle pendant la description de la ligne circulaire.

2.° Le *centre* est le point qui partage également tous les diamètres de l'ellipse en deux rayons égaux, rayons qui, alors, deviennent plus grands sur le plus grand diamètre, plus petits sur le plus petit diamètre, et moyens sur le diamètre moyen.

3.° L'*excentricité* est la moitié de la distance qui sépare les deux foyers d'une ellipse; ou, ce qui est la même chose, c'est la distance qui sépare l'un des foyers, du point central de l'ellipse.

4.° L'*aphélie* et le *périhélie* sont synonymes d'*apogée* et de *périgée*, qui forment les deux extrémités du grand diamètre. En d'autres termes, le *périhélie* est le point extrême du petit rayon; et l'*aphélie*, le point extrême du grand rayon dans l'ellipse.

5.° Le *grand rayon* d'une ellipse est celui qui va de l'un des deux foyers à l'aphélie ou l'apogée.

Le *petit rayon* est celui qui va du même foyer au périhélie ou périgée.

Le *moyen rayon* est celui qui, toujours en partant du même foyer, tient le milieu arithmétique entre les deux premiers.

III.° Toutes les courbes que les planètes décrivent autour du soleil sont des ellipses dont cet astre occupe l'un des foyers, et ceci fait une des trois lois de Képler.

Il faut ajouter que les satellites décrivent aussi des ellipses autour de leurs planètes, ellipses dont les planètes occupent, à leur tour, l'un des foyers.

L'ellipse de la terre n'est pas très-allongée, car en supposant la distance moyenne de la terre au soleil, égale à 1, on n'aurait, pour l'excentricité, que 0,01679226.

Il serait facile de décrire cette ellipse, surtout si l'on possédait, avec cela, toutes les différentes distances que la terre peut prendre à l'égard du soleil pendant toute l'année; or, voici, par exemple, pour le premier jour de chaque mois, l'angle décrit en un jour par le rayon vecteur, tel que les observations le donnent, et la distance correspondante du soleil telle qu'elle résulte du calcul, la distance moyenne étant prise pour unité.

MOIS.	ANGLE.	DISTANCE.
Janvier.	61'10"	0,983
Février.	60'51"	0,986
Mars.	60'05"	0,992
Avril.	59'03"	1,0066
Mai.	58'06"	1,0088
Juin.	57'26"	1,0146
Juillet.	57'13"	1,0168
Août.	57'28"	1,0144
Septembre.	58'10"	1,0082
Octobre.	59'07"	1,0001
Novembre.	60'10"	0,991
Décembre.	60'56"	0,986

POINT 3

Arcs

Par *arc* en général, on entend une partie grande ou petite, de la circonférence Si la circonference se trouve partagee en deux, en quatre, en huit etc, parties, toutes ces parties sont des *arcs* Quand un *arc* est égal a la moitié de la circonférence, il s appelle *demi cercle* lorsqu il est égal au quart, on l appelle *quadrant* au huitieme, on le nomme *octant* etc

Chez les geomètres, un *arc* quelle que soit sa grandeur, a toujours pour mesure angulaire le nombre de degres, minutes, etc, qu il contient

§ 3

Surface

La *surface* est engendrée par une ligne en mouvement, ou par une ligne dont les deux extrémites operent un mouvement égal et parallele En d autres termes, c est ce qui a longueur et largeur, et par conséquent, peut être soumis a une mesure linéaire, dans deux directions perpendiculaires

D après cette definition il resulte que le contenu d une *surface* est égal au produit de la longueur par la largeur perpendiculaire Donc, un parquet long de 3 metres sur 2 de large, est egal, en superficie, a 2 × 3 = 6 metres

La *surface* d un cercle s obtient en multipliant la moitié du rayon ou le quart du diamètre, par la circonference Ainsi le cercle dont il est parle plus haut aurait pour surface 37,69908 × 3 = 113,097240

§ 4

Volume

Par *volume* en général, on entend l étendue, la grosseur d un corps, par rapport a l espace qu il occupe Nous allons nous entretenir specialement de la *sphère*

Nous devons ici prevenir le lecteur que, dans le cours de cet ouvrage, on rencontrera quelquefois les noms composés *volume terrestri solaire volume luni-solaire luni-terrestre* etc Le premier de ces deux mots indiquera toujours celui des deux corps dont le volume sera considere comme l unite et le second mot, l autre corps dont le volume sera compare a cette unité (1) Ainsi, d apres cette remarque, les mots *volume terrestri-solaire* signifient que le volume de la terre est l unite, et que celui du soleil est comparé a cette unité Il en est de même des mots *volume luni-solaire luni terrestre* dans lesquels le volume lunaire est considere comme etant l unité (Voyez problemes 25, 26)

---

(1) Nous esperons qu on voudra bien nous pardonner ces expressions pour la raison qu elles nous exemptent de longues explications d ennuyeuses repetitions qui d ailleurs ne deviendraient pas moins fatigantes pour le lecteur que pour nous

Il est encore d autres expressions du meme genre dont nous nous servirons dans le cours de cet ouvrage, notamment au prob 50 51 etc, nous croyons que pour la meme raison on aura la meme indulgence

§ 5.

Masse.

La *masse* d'un corps est la quantité de matière renfermée dans le volume de ce corps. Le poids d'un corps est toujours proportionné à la masse, et c'est pour cela que l'on confond souvent, et avec raison, les deux mots : *masse* et *poids*. (Voyez problèmes 28, 29.)

Comme précédemment pour le volume, si l'on rencontre les mots composés : *masse terrestri-solaire, masse luni-terrestre*, etc., nous prévenons que le premier de ces deux mots composants indiquera toujours celui des deux corps dont la *masse* sera considérée comme étant l'unité, respectivement à la *masse* de l'autre.

§ 6.

Densité.

La *densité* d'un corps est la quantité de matière qu'il renferme sous un volume donné. La *densité* est d'autant plus grande dans un corps, que son volume est plus petit et en même temps sa masse plus considérable ; au contraire, une masse plus faible sous un volume plus considérable, suppose une *densité* plus petite. (Voyez problèmes 30, 31, 32).

Comme pour le volume et la masse, dans les noms composés : *densité soli-terrestre, terrestri-lunaire*, le premier des deux mots indiquera l'unité, comparativement à la densité de l'autre corps.

ARTICLE 2.

Explication de certains autres termes :

1.° MOUVEMENT ; 2.° FORCE ; 3.° VITESSE ; 4.° PESANTEUR ; 5.° CHUTE.

§ 1.er

Mouvement.

Par *mouvement*, en général, on entend l'état d'un corps qui occupe successivement différentes places, dans l'espace, par rapport à d'autres corps supposés fixes.

Nous croyons cette définition exacte et nous n'entrerons pas dans d'autres explications ; encore moins dans toutes les subtilités que les philosophes ont coutume de susciter en parlant du *mouvement*.

On distingue le *mouvement uniforme*, le *mouvement accéléré*.

Le *mouvement uniforme* est celui qui conserve, depuis le commencement jusqu'à la fin, la même vitesse. Si donc un corps, mû par ce mouvement, parcourt, en une seconde de temps, dix mètres, il en parcourra, en deux secondes, vingt ; en trois secondes, trente, etc.

Le *mouvement accéléré* est celui qui augmente toujours dans un temps donné à un autre temps semblable, comme les chiffres : 1, 3, 5, 7, 9, 11, etc.

Ainsi, si un corps animé d'un *mouvement accéléré*, parcourt, supposons, un mètre, en une seconde de temps, il s'ensuit qu'il parcourra trois mètres, pendant la deuxième seconde ; cinq mètres, pendant la troisième seconde, et ainsi de suite. Si le corps s'arrête, supposons, après trois secondes, ayant

ainsi parcouru un metre pendant la premiere seconde, trois metres pendant la deuxieme, cinq metres pendant la troisieme, etc, il suffit alors, pour avoir la somme de tous les metres parcourus ainsi pendant les trois secondes ensemble, de prendre le carre des trois secondes (c est ici **3 × 3 = 9**) et ce carré indique le nombre cherché des mètres parcourus pendant cet espace, aussi bien que le nombre de degres qu a acquis la vitesse du mobile a la fin de la derniere seconde, sur le degré qu avait la vitesse de ce même mobile au commencement de la première seconde

§ 2

Force

Sans nous arrêter aux subtilites qu apportent ordinairement les physiciens dans la definition de ce mot, nous dirons simplement que c est la puissance qu a un corps de mettre en mouvement un autre corps, soit en attirant celui-ci vers soi soit en le repoussant

On distingue la *force centripete* et la *force centrifuge*

1 ° la *force centripete* est celle par laquelle un corps attire vers son centre un autre corps Dans le systeme du *monde* les corps *attirants* sont le soleil a l egard des planetes qui sont attirées par lui, et chaque planete a l égard des satellites qui sont attirés par elle La force du corps *attirant* devrait faire decrire au corps *attire* une ligne droite, parallele au rayon du corps *attirant* mais comme cette *force* se combine avec la *force centrifuge* dont l action propre est contraire, il résulte de l action combinee de ces deux *forces* que le corps *attire* décrit une diagonale (perpendiculaire au rayon du corps *attirant*) du parallélogramme

2 ° La *force centrifuge* est celle dont l action est opposee a la *force centripete* en d autres termes c est celle par laquelle un corps tend a s eloigner du centre d un autre corps De même que dans l action de la *force centripete* le corps ainsi mu devrait s eloigner selon une droite parallèle au rayon du corps *repoussant* mais, comme cette *force* agit, non tout-a-fait contrairement, mais obliquement avec la *force centripète* il resulte que le corps, soumis a ces deux *forces* decrit alors la diagonale dont il est parle plus haut L action simultanée de ces deux *forces* opposees sera expliquée dans un systeme que nous espérons développer plus tard, dans un ouvrage special

Nous ferons remarquer que nous n avons pas a nous occuper ici comme les physiciens de la nature de ces *forces*, de leurs causes, ni de la question de savoir si elles sont essentielles ou non, a la matiere Il nous suffit d indiquer le mode de leur action particuliere ou simultanee, tel qu on le voit dans la nature

§ 3

Vitesse

C est l affection du mouvement, par laquelle un corps est capable de parcourir un certain espace dans un temps donne

Il y a cette difference entre le *mouvement* et la *vitesse* que le premier est considere avec abstraction de tout terme de comparaison, tandis que la *vitesse* est toujours comparee, soit a la *vitesse* d un autre corps, soit a une mesure determinée

On distingue la *vitesse uniforme* et la *vitesse accélérée :*

1.° La *vitesse uniforme* est celle qui fait parcourir à un mobile des espaces égaux en des temps égaux.

2.° Pour la *vitesse accélérée,* voyez mouvement accéléré.

§ 4.

Pesanteur.

Sous ce mot, on entend une force en vertu de laquelle tous les corps que nous connaissons, tombent et s'approchent du centre de la terre, lorsqu'ils ne sont pas soutenus. La *pesanteur* dans chaque planète, est mesurée par la vitesse des corps graves qui tombent à la surface de la planète, ou par l'espace que les corps y décrivent en une seconde de temps, ou en un autre temps très-court.

§ 5.

Chute.

C'est le chemin que fait une planète s'approchant du soleil, ou que fait un satellite allant vers sa planète.

La *chute* d'un corps grave qui va de la surface vers le centre d'un astre, s'appelle *pesanteur*. (Voyez problèmes 39, 40, 41, 42.)

ARTICLE 3.

Quelques termes à ajouter aux précédents.

1.° LUMIÈRE ; 2.° COULEURS ; 3.° PRISME.

§ 1.er

Lumière.

La *lumière* est un fluide qui, lorsqu'il agit sur nos yeux, produit pour nous la clarté, nous fait voir les objets et donne la couleur et l'éclat à toutes les productions de la nature. Les physiciens s'accordent à dire que le fluide qui constitue la lumière, est une matière dont les molécules sont très-exiguës, très-solides, très-élastiques, lesquelles se propagent, selon des lignes droites, avec une vitesse prodigieuse, autour des corps qui la projettent.

Quoique la rapidité de la lumière dépasse toute idée, cependant les expériences, faites sur les satellites de Jupiter, ont fourni le moyen d'apprécier cette vitesse. On sait aujourd'hui que pour nous venir du soleil, c'est-à-dire pour parcourir 34,375,930 lieues, la lumière ne met que 8′ 13″, ce qui fait 69,728 lieues par seconde.

§ 2.

Couleurs.

L'expérience fait juger que les rayons de la lumière du soleil sont tous composés de particules dont les masses sont différentes entre elles ; car, lorsqu'on reçoit, dans une chambre obscure, un faisceau de lumière, sur une surface réfringente, ce faisceau ne se réfracte pas entièrement en un même

point, mais il se divise et se répand, pour ainsi dire, en plusieurs autres rayons qui viennent peindre leurs images séparément, et sur une ligne plutôt que sur un point.

Or, on a remarqué que les rayons de lumière, qui diffèrent le plus de réfrangibilité les uns des autres, sont aussi ceux qui diffèrent le plus en couleur. C'est une vérité reconnue par une infinité d'expériences. Ainsi les rayons qui donnent le jaune, sont plus détournés de leur chemin rectiligne que ceux qui donnent le rouge, ceux qui donnent le vert plus que ceux qui donnent le jaune, et ainsi de suite, jusqu'à ceux qui donnent le violet.

Il suit de là que la différence de couleur que notre œil remarque dans ces rayons, est occasionnée dans notre sensation, par le plus ou le moins de vivacité avec laquelle chacun de ces rayons est lancé; or, il est lancé aussi plus ou moins vivement, selon qu'il est plus ou moins réfrangible dans le sens qui vient d'être dit.

Tout faisceau de lumière solaire, décomposé au moyen d'un prisme, présente toutes les couleurs de l'arc en ciel, c'est à dire le *rouge*, l'*orangé*, le *jaune*, le *vert*, le *bleu*, l'*indigo*, le *violet*.

Toutes ces couleurs, dites primitives, peuvent se réduire à trois principales, qui sont : le *rouge*, le *jaune*, le *bleu*, dont les divers mélanges donnent les quatre autres.

Le *noir* est l'absence de toute couleur, et le *blanc* la présence simultanée de toutes les couleurs réunies.

De ces notions sur les couleurs, il est permis de conclure que les objets qui frappent nos yeux, n'ont, par eux-mêmes, aucune couleur. Seulement, comme autant de prismes plus ou moins capables, plus ou moins parfaits, ils absorbent plus ou moins de rayons pour nous en réfléchir une espèce, et alors ils nous paraissent sous la couleur du rayon ainsi réfléchi. Les objets *noirs* sont ceux qui absorbent tout entier le faisceau de lumière qui les frappe; les *blancs*, au contraire, réfléchissent toute la lumière qu'ils reçoivent du soleil.

§ 2

Prisme

C'est un verre à deux surfaces obliques, ayant la propriété de décomposer les rayons blancs de la lumière en sept couleurs principales, qui sont le *rouge*, etc.

Tous les corps agissent comme autant de prismes plus ou moins parfaits. Ils n'ont par eux-mêmes aucune couleur, et cependant ils se montrent tous sous une couleur quelconque, plus ou moins foncée, plus ou moins pâle.

Ceci résulte donc de ce que chacun de ces corps réfléchit les rayons solaires de la nuance qui colore ces objets, et absorbe tous ceux des autres nuances qu'il n'offre pas. Ainsi, par exemple, un objet *rouge* réfléchit tous les rayons de cette nuance et absorbe les rayons de toutes les autres nuances.

Le foncé ou le pâle est, comme l'on sait, un mélange des rayons de deux nuances, mélange qui, selon qu'il est plus ou moins égal, plus ou moins inégal, produit le plus ou moins foncé, le plus ou moins pâle.

CHAPITRE 2.

CORPS CÉLESTES.

Les *corps célestes,* quels qu'ils soient, se désignent en général sous le nom d'*astres :* ce sont tous les points plus ou moins lumineux, plus ou moins grands, plus ou moins éloignés, que nous apercevons dans le ciel et qui sont répandus dans l'espace.

On distingue en général les *astres fixes* et les *astres errants.*

ARTICLE PREMIER.

ASTRES FIXES.

1.° ÉTOILES ; 2.° SOLEIL.

§ 1.er

Etoiles.

1° On nomme ainsi tous les astres qui semblent comme attachés à la voûte concave du ciel, et qu'on aperçoit comme autant de points lumineux.

2° Il n'est pas douteux que les *étoiles* soient lumineuses par elles-mêmes, car elles se trouvent à une distance si prodigieuse du soleil, qu'il serait impossible que la lumière de cet astre allât jusques à elles, pour revenir de là frapper nos yeux, avec l'éclat vif dont nous les voyons briller. Aussi doit-on les considérer comme autant de soleils, autant de foyers de lumière et de chaleur, autour desquels peuvent aussi tourner plusieurs globes semblables aux planètes de notre système; et, ce n'est pas se jeter dans l'aberration de l'imagination, que de dire que les étoiles sont toutes d'une nature semblable à celle de notre soleil, ou plutôt que ce sont, en réalité, des soleils, d'après l'analogie établie sous le rapport de volume, d'éclat, de distances et de fonctions.

3° Les *étoiles* se distinguent des planètes : 1° en ce qu'elles conservent entre elles des positions toujours égales, tandis que les planètes se déplacent visiblement ; 2° en ce que les planètes sont grossies par les lunettes astronomiques, tandis que ces puissants instruments ne produisent pas d'effets semblables sur les *étoiles ;* 3° que celles-ci scintillent, et non pas les premières, qui présentent toujours un éclat tranquille.

Par *scintillation*, on entend une sorte de tremblement que nous remarquons dans la lumière des étoiles.

La cause de ce phénomène est expliquée de quatre manières différentes, selon les opinions de ceux qui expliquent la propagation de la lumière, par ondulations, comme M. Arago, ou par émission, comme M. Biot. D'autres veulent que cet effet soit attribué à l'interposition des corps étrangers qui flottent toujours en grand nombre dans l'atmosphère ; et enfin d'autres, qu'il n'existe que dans nos yeux.

4° Quant aux différentes espèces que l'on peut établir parmi les *étoiles,*

ces espèces résultent de la manière de considérer ces astres sous les différents rapports de leur mouvement propre, de la durée de leur apparition, de la variete de leur eclat, de leur couleur, de leur composition, de leur formation, etc, et sous ces differents rapports, on distingue 1 les étoiles mobiles, 2° les etoiles temporaires, 3° les etoiles changeantes, 4° les etoiles colorees, 5° les etoiles multiples, 6° les etoiles nébuleuses, etc

Nous n entrerons pas dans la definition de chacun de ces mots, nous aimons cependant a signaler ici particulierement deux étoiles assez connues du vulgaire, ce sont l *etoile polaire* et celle qu on appelle communément *etoile du matin*

5 ° Il faut remarquer que l *étoile polaire* est une etoile de troisieme grandeur, située au nord pres du vrai pole, n ayant qu un mouvement insensible a l œil et restant toujours visible pour nous Cette etoile s appelle chez les Chinois, le ***Roi*** chez les Arabes, ***Racchabah*** et chez les Italiens et les Français ***Tramontane*** sa distance du vrai point polaire est de 1° 35′ 51″ 18‴

Or pour distinguer cette *etoile* il suffit de jeter les yeux sur la constellation si connue de la *grande Ourse* dite vulgairement le *chariot de David* et de tirer une ligne droite sur les deux etoiles posterieures, ***Alpha*** et ***Beta*** du carre de cette constellation en partant de ***Beta*** vers ***Alpha*** la prolongeant a une distance a peu pres egale a celle de ***Beta*** a ***Eta*** cette ligne ira aboutir a cote de l *etoile polaire*

6 ° On appelle quelquefois *etoile du matin* (1) celle qui paraît la derniere avant le lever du soleil (ou la premiere apres le coucher de cet astre) c est la planete Venus, qui partant de gauche a droite et de droite a gauche du soleil, precede ainsi quelquefois (et quelquefois suit) cet astre dont elle ne s eloigne jamais de plus de 47°

§ 2

Soleil

1 ° Le *soleil* astre principal de notre systeme planétaire, autour duquel gravitent toutes les planètes dans des ellipses dont il occupe toujours l un des foyers, tourne sur lui-même en 25 jours 4352 (voyez problème 6), dans un equateur qui est incline a l ecliptique de 7° 9′ et qui coupe ce dernier cercle en deux points diamétralement opposes, situes l un a 75° du Belier, l autre a 255°

2 ° Le diametre de cet astre, vu de la terre et pris en mesure angulaire, est de 32′ 0″ 02, et calculé en mesure lineaire, il est de 160026, 02 lieues (Voir prob 18 et 20)

---

(1) L Eglise use de cette expression *Etoile du matin* pour l appliquer a la Ste Vierge En effet la Mere de Dieu apparaissant au monde fut respectivement a Notre Seigneur, qui est si justement compare au soleil en ce qu il éclaira le monde par sa divine doctrine comme l *etoile du matin* qui preceda son avénement La Ste Vierge est encore comparee avec raison, a l *étoile du matin* en ce que, comme le dit St Liguori la devotion envers cette Mere de tous les chretiens annonce qu on est en etat de grace ou qu on y sera bientot Ne pourrait on pas ajouter que ceux qui voient cette etoile pendant cette vie par la devotion envers elle, sont assures de voir plus tard, dans le ciel, le Soleil de justice ?

Le *soleil*, comme les étoiles, est lumineux par lui-même et communique sa lumière à tous les corps opaques qui l'entourent ou l'accompagnent.

Outre la lumière que le *soleil* envoie aux planètes, il leur communique encore la chaleur et est en même temps le principe de leurs mouvements.

ARTICLE 2.

ASTRES ERRANTS.

Par *astres errants*, on entend tous les corps soumis à un mouvement qui leur fait subir un déplacement dans les cieux.

On distingue les *planètes*, les *satellites*, les *comètes*. Ajoutons les *aérolithes*.

§ 1.er

Planètes.

1.° EN GÉNÉRAL; 2.° EN PARTICULIER.

N.° 1.

Planètes en général.

Par *planète*, en général, on entend un corps sphérique qui fait sa révolution annuelle autour du soleil, dans une période plus ou moins longue, en même temps qu'il exécute sur lui-même un mouvement de rotation.

Les *planètes*, opaques de leur nature, empruntent leur lumière du soleil, et sont mues par lui.

On distingue les *planètes inférieures* et les *planètes supérieures;* les *planètes ordinaires* et les *astéroïdes*.

Les premières sont celles dont les ellipses sont renfermées dans celle de la terre, par la raison que ces astres se trouvent plus rapprochés du soleil. Les autres, au contraire, sont celles dont les ellipses renferment celle de la terre, parce que ces planètes sont plus éloignées du soleil que notre globe.

Les planètes *ordinaires* sont celles qui sont supposées entières; elles conservent leur grosseur primitive. Les *astéroïdes*, au contraire, sont toutes petites planètes, placées entre Mars et Jupiter, regardées aujourd'hui comme les débris d'une plus grosse planète qui aurait éclaté par une cause fortuite. Les raisons qui portent ainsi à admettre ce sentiment, sont d'abord parce que ces planètes sont très-petites, ensuite parce que leurs orbites coupent l'écliptique à peu près au même point, c'est-à-dire au lieu où un corps étranger, anciennement, par son choc, brisa la seule planète dont les astéroïdes sont maintenant les éclats; enfin parce que les calculs supposent une seule planète dans l'intervalle qu'ils occupent.

Nous devons prévenir que dans nos problèmes, nous supposerons, en effet, que toutes ces *astéroïdes* ensemble ne font qu'une seule planète, et que celle-ci est une moyenne géométrique tirée du produit général de tous ces petits astres.

On compte maintenant quarante-deux de ces *astéroïdes*, et il est probable qu'on en découvrira encore. (Voir page 26).

N° 2

Planètes en particulier

Les planètes, au nombre de neuf, sont en commençant par la plus rapprochee du soleil *Mercure Venus la Terre Mars Asteroide Jupiter Saturne Uranus Neptune* (1)

On remarquera que nous ne fesons ici qu une seule planete de l ensemble de toutes les asteroides et c est avec raison, car l ordre des distances et les durees des revolutions des astres assujettis a l influence du soleil l exigent, aussi bien que tous les calculs qui ont pour objet l ensemble du systeme planetaire

Il convient de parler de chacune de ces neuf planètes particulieres, et pour le faire avec plus d ordre et de clarté, nous rapporterons deux points Dans le premier, nous traiterons de certaines particularites de ces astres, et dans le second, nous mettrons en tableau tout ce qui, les concernant, peut se representer par chiffre

POINT 1er

1° *Visibilité* 2° *Position*, 3° *Apparences* 4° *Escorte*

I

Visibilité des planètes

Nous avons deja dit comment on distingue au ciel les planètes des etoiles, voyez chapitre 2, § I Après cela, de toutes les planètes visibles a l œil nu, Uranus est la derniere, Neptune et les autres plus eloignees n étant perceptibles qu au moyen d instruments

1° Comme Mercure est la planete la plus rapprochee du soleil, et ne s écarte de celui ci que de 16 a 29°, cette proximite est cause que cet astre est tellement plonge dans les rayons solaires, qu on a beaucoup de peine à le distinguer a l œil nu, même a l epoque de ses plus grands ecarts Mercure n est du reste visible que dans les moments de ses élongations, et plus rarement encore dans les instants ou il passe vis-a vis le disque du soleil, ce qui arrive regulierement apres les periodes de 6, 7 13, 46, 263 ans

On dit que Copernic mourut avec le chagrin de n avoir jamais pu apercevoir cette planete

---

(1) Existe t il encore au dela de Neptune une autre planete ?

A cette question, si nous repondions affirmativement nous y serions autorises par certains calculs que nous avons sous les yeux mais qu il serait trop long de rapporter ici

Or d apres ces calculs qui toutefois nous l avouons ingenument ne tranchent pas évidemment la question et ne nous autorisent pas a admettre comme évidemment certaine l existence de ce nouvel astre nous pensons qu il fait sa revolution en 124253 jours (log 5 0974431), a une distance de 1675 millions 180 mille lieues (log 9 2240612) Son volume serait égal à 9,4 fois celui de la terre son diametre a 9 742 la masse à 26 et sa densite a 0 967 On le verrait à sa distance du soleil sous un angle de 3' a 4 Et quant a sa longitude nous la supposons comme etant actuellement toujours d après les memes calculs, d environ 28[illegible]°

On pourrait avec raison designer cette planete sous le nom d *Hercule*

2° Vénus est la plus éclatante de toutes les planètes et elle dépasse même, sous ce rapport, toutes les étoiles. Comme Mercure, elle se montre tantôt le matin, (1) tantôt le soir, et elle a, comme celui-là, des écarts de part et d'autre du soleil, mais plus grands, c'est-à-dire d'environ 45° 42'. Vénus passe aussi quelquefois sous le disque solaire, et alors elle apparaît semblable à un point noir. Les conjonctions de cette planète avec le soleil arrivent, il est vrai, tous les huit ans, mais il faut remarquer qu'on n'observe jamais trois passages consécutifs; car, après que ce phénomène s'est renouvelé deux fois sur cet intervalle de huit ans, il faut ensuite attendre 113 ans avant de pouvoir en observer un nouveau. La période qui ramène ces passages est donc de 113 ans $\pm$ 8 ans, et comme le dernier a eu lieu le 3 Juin 1769, le plus prochain ne pourra avoir lieu que le 8 Décembre 1874.

Son diamètre apparent varie de 19″ à 4″ selon les différentes distances que cet astre prend respectivement à la terre. Dans la distance moyenne, ce diamètre est de 6″ 29‴

3° Quand on regarde Jupiter pendant une nuit sereine, on l'aperçoit comme une étoile brillante, d'un éclat à peu près semblable à celui de Vénus.

Le diamètre de Jupiter varie avec la distance. Dans les oppositions où il est à son maximum, il peut s'élever à 46″ 7; dans les conjonctions, il n'est quelquefois que de 30″. Dans les distances moyennes de la planète à la terre, il est de 36″ 75, et d'après certaines mesures effectuées sur le diamètre apparent de Jupiter, il est reconnu que si Jupiter se trouvait à une distance de la terre égale à la distance moyenne de la terre au soleil, son diamètre équatorial serait vu sous un angle de 193″ ou de 3′ 13″.

4° Saturne s'aperçoit à la vue simple aussi bien que les planètes précédentes; seulement la lumière qu'il nous envoie nous paraît plombée et plus pâle.

Son diamètre apparent, à la plus grande distance, est de 20″, et à sa plus courte distance, de 16″; c'est, dans la distance moyenne à la terre, à peu près 18″; tandis qu'à la distance de la terre au soleil, ce serait 155″ ou 2′ 35″.

5° Uranus est visible à l'œil nu, et paraît comme une étoile de cinquième grandeur. Vu au télescope, il offre une couleur de blanc-bleuâtre.

Son diamètre apparent n'est que d'environ 4″; à la distance de la terre au soleil, il deviendrait de 75″.

---

(1) N'est-il pas regrettable qu'une science aussi sublime que l'astronomie, et où les grandeurs de Dieu se manifestent d'une manière si frappante, rappelle encore toutes les tristes dénominations des divinités païennes, et qu'il ne soit, pour ainsi dire, pas possible de lever les yeux au ciel, sans être aussitôt frappé d'un souvenir qui contraste avec les idées de notre Religion? Ainsi, le berger plongé dans les ténèbres d'une nuit profonde; ainsi le pauvre marinier, battu sur la mer, par les bourrasques des flots et les secousses de la tempête; ainsi le laboureur, qui attend l'aube du jour pour courir sur le sol qui demande sa culture; ainsi le religieux, le chrétien pour qui l'heure du matin est le signal des louanges qu'il doit faire monter vers le Dieu qui réclame les prémices de la journée, devront encore se régler sur l'apparition d'un astre qui, en se montrant à leurs yeux attentifs, leur rappellera en même temps la plus odieuse des divinités du paganisme!!! Oh! que l'Eglise toujours sage, a eu raison de changer ce nom indigne en celui d'*étoile du matin*, qui rappelle si bien l'idée de la Mère de Dieu, laquelle, comme cette étoile brillante, qui vient annoncer l'arrivée prochaine du grand astre produisant le bienfait du jour sur la terre, a précédé le soleil de toute justice qui venait au monde l'éclairer, en tirant les hommes des ténèbres de leur ignorance et de leurs passions!!!

C est Herschel qui a découvert cette planète le 13 Mars 1781, entre dix et onze heures du soir, et qui l a ensuite beaucoup étudiée au moyen de sa grande lunette

6o Neptune, c est la planete que Leverrier a découverte, par le calcul le 23 Septembre 1846 Elle n est pas visible a l œil nu, et, au telescope, elle se montre sous un angle de 2″ 7 A la distance de la terre au soleil, son diametre serait de 81″

II

Position des planetes

Par la *position* d une planete, il faut entendre celle de son orbite par rapport a l ecliptique, aussi bien que celle de son équateur, soit par rapport a ce cercle, soit par rapport a l orbite

Le plan de l orbite de Mercure forme, avec celui de l écliptique, un angle de 1° 0′ 5″, et a excentricité de 0 206 La longitude du périhelie est de 74° 20′ 42″, et celle du nœud ascendant de 45° 57′ 38″ Le plan de son equateur semble faire, avec celui de son orbite un angle de 70°

L inclinaison de l orbite de Vénus sur l ecliptique est de 3° 23′ 35″, et a une excentricite de 0 006862 Le plan de l equateur de cette planète fait avec celui de l écliptique un angle évalué a 75°, cette planete n a pas d aplatissement sensible

Mars ne se meut pas dans le plan de l ecliptique, il s en écarte selon un angle de 1° 52″ L axe de rotation de Mars est incliné a l ecliptique de 59° 24′, et a son orbite de 28° 42′

La planete Jupiter ne s ecarte du plan de l écliptique que de 1° 18′ 52″ 3 L axe de rotation de Jupiter est incliné a l écliptique de 85° 54′ 30″, et par consequent est presque perpendiculaire au plan de ce dernier Il s ecarte tres peu du plan de l ecliptique, l inclination de son orbite sur ce plan est de 2° 29′ 38″

III

Apparences

1° FORME 2° ASPERITES 3 TACHES, 4 ATMOSPHERE 5° HABITANTS

Formes

Mercure et Venus paraissent presque arrondis et ne semblent pas avoir d aplatissement sensible

On connaît la difference du grand au petit rayon de la terre, cette difference est indiquée, au probleme 13, et est egale a $\frac{1}{305\ 062}$ ou 4 lieues 69542

L aplatissement de Mars est peu considerable, cependant son diamètre paraît un peu plus court dans le sens de ses poles que dans le sens de l equateur, ces deux diamètres, selon M Arago, sont dans le rapport des 189 a 194

Quant a Astéroide, nous ne saurions rien dire sous le rapport de la forme vu que nous la supposons comme resultat d un grand nombre de petites planetes qui remplissent le vide entre Mars et Jupiter

L aplatissement de Jupiter est assez considerable on evalue le rapport du diametre équatorial a celui des poles comme 177 sont a 167

Le disque de Saturne manifeste, dans le sens de son axe de rotation, un aplatissement considérable qu'Herschel évalue à $\frac{1}{11}$.

La forme de Saturne ne ressemble pas tout-à-fait, d'après le rapport d'Herschel, à celle des autres planètes : celles-ci, en effet, sont presque arrondies et ont leur axe le plus petit dans le sens du pôle et le plus grand dans le plan de l'équateur. Il n'en est point de même de Saturne ; son plus petit axe est bien aussi dans le sens de ses pôles, mais son plus grand axe ferait, d'après Herschel, un angle avec l'équateur, égal à 43° 20'. Aux extrémités de l'axe maximum, la courbure du disque est très-prononcée ; près du pôle et de l'équateur on croirait voir, au contraire, des lignes droites assez longuement prolongées.

Herschel, au moyen de sa grande lunette, a reconnu que, dans le disque d'Uranus, est aussi un léger aplatissement dont le grand astronome, malgré le puissant secours de son instrument, n'a pas su déterminer la valeur.

Quant à la planète Neptune, on ne sait rien de la forme qu'elle peut avoir ; il est bien probable, néanmoins, qu'étant soumise comme les autres à un mouvement de rotation, elle a aussi un aplatissement quelconque.

Aspérités.

Les aspérités qu'on remarque à la surface de Mercure sont si hautes, qu'on les fait égales à $\frac{1}{126}$ du rayon de la planète.

On remarque aussi sur Vénus des montagnes très-élevées, qui, d'après les rapports de l'astronome Schroëter, n'auraient pas moins de $\frac{1}{144}$ du rayon de cette planète. Ces montagnes seraient à peu près sept fois plus hautes que celles de la Terre.

Sur la terre, Chimboraco, qui est une des plus hautes montagnes, est évalué à $\frac{1}{1017}$. Les plus élevées de la Lune sont $\frac{1}{214}$.

Observé au télescope, Mars présente un disque arrondi qui, n'étant jamais échancré, semble moins hérissé d'aspérités.

On ne connaît plus rien de ces petits accidents sur les autres planètes situées au-delà de cette dernière.

Taches.

L'éclat du soleil dont Mercure est environné, n'a pas encore permis de reconnaître aucune tache sur cette planète ; c'est un point lumineux qu'on a aperçu à sa surface, qui a permis de voir que cette planète a un mouvement de rotation.

Sur Vénus, on a aperçu des taches qui ont aisément permis de s'assurer de son mouvement de rotation.

Vue des autres planètes, notre Terre laisse sans doute voir des taches semblables à celles que nous apercevons sur les autres planètes.

On remarque quelquefois sur le disque de Mars, des taches dont les formes sont très-variables, et qui ont fait reconnaître que cette planète tourne aussi sur elle-même.

Nous ne pouvons rien dire d'Astéroïde, sous ce rapport.

Jupiter, considéré dans une lunette, manifeste à ce sujet, des bandes transversales dont la direction est à peu près parallèle à l'écliptique.

On y aperçoit aussi de temps en temps des taches plus ou moins prononcées, à l'aide desquelles on a reconnu que cette planète tourne sur elle-même. Herschel, dont la lunette était si puissante, pense que ces bandes sont des

courants atmosphériques analogues à nos vents alisés, et que les taches accusent la portion des nuages qui flottent dans l'atmosphère.

Herschel, toujours au moyen de sa forte lunette, a reconnu aussi sur le disque de Saturne l'existence de bandes parallèles analogues à celles de Jupiter, et certaines taches qui se déplacent successivement pour reparaître, plus tard, vers les régions polaires. Cet astronome dit que ces bandes sont occasionnées par l'atmosphère de la planète, et que ces taches ne sont rien que des nuages, des glaces qui existent vers les régions polaires.

Les astronomes ne disent pas avoir aperçu de pareils accidents sur les planètes plus éloignées, sans doute parce que la trop grande distance de ces corps, ne permet pas de les étudier comme les autres.

Atmosphère.

On suppose à Mercure, d'après l'observation, une atmosphère très-dense.

La loi de dégradation de la lumière a conduit Schroeter à penser que Vénus est environnée d'une atmosphère analogue à la nôtre. Quelques savants disent que l'atmosphère de cette planète est très dense, et ils la supposent capable de tempérer beaucoup l'influence calorique des rayons que le soleil lui envoie, et de réfléchir vers la terre certains rayons qui, sans cela, n'arriveraient pas jusqu'à nous.

Celle de la Terre est déterminée au chapitre 4, article 7.

Celle qu'on attribue à Mars, est si haute et si dense que, lorsque cette planète approche d'une étoile fixe, celle-ci change de couleur, s'obscurcit et disparaît souvent jusqu'à quelque distance de la planète.

Les atmosphères de Cérès et de Pallas n'ont pas moins, d'après l'astronome cité, la première de 276 lieues et la seconde de 192 lieues.

Celles de Jupiter et de Saturne ne sont, au contraire, sensibles que par des observations très-délicates.

On n'aperçoit plus d'atmosphères au-delà de ces dernières planètes.

Habitants.

Et quant à la question de savoir si les planètes, autres que la nôtre, sont habitées, question qui intéresse peu la science et qui n'est que de pure curiosité, nous nous contenterons de dire que l'analogie laisse croire avec toutes probabilités que notre globe n'est pas et ne doit pas être le seul où reposent des êtres vivants, mais que les êtres placés ainsi sur les autres corps planétaires doivent nécessairement être d'une autre nature que la nôtre pour pouvoir supporter, chez Mercure, la chaleur et chez Neptune le froid qui deviennent, de part et d'autre, excessifs et qui certainement causeraient la mort à toute l'espèce animale, si ces températures se faisaient sentir sur notre Terre.

IV

Escorte.

Rien ne permet de croire que Mercure soit accompagné de satellites, non plus que Vénus, quoiqu'en disent certains astronomes.

La terre a un satellite, c'est la lune.

Mars est également seul aussi bien qu'Astéroïde. (Voyez ci-dessus ch. 2, art. 2, § 1, N° 2, point 1, *apparences*.)

Jupiter est escorté de quatre satellites qui circulent autour de lui, à des distances inégales, et pendant des durées différentes de révolutions, comme les planètes autour du soleil.

Saturne est accompagné de deux anneaux concentriques dirigés à peu près dans le plan de son équateur, et inclinés au plan de l'écliptique, de 28° 30′. L'épaisseur de ces anneaux n'est pas connue; on sait seulement qu'elle est très-petite. Si l'on prend, pour unité, le rayon de l'équateur de Saturne, le rayon intérieur de l'anneau intérieur est égal à 1,66, et le rayon extérieur de l'anneau extérieur à 2,37. Ces anneaux tournent, dans le sens de l'équateur de la planète, en 10 h. 32 m. 15 s.

Outre ces deux anneaux, il circule encore autour de Saturne, à des distances inégales, huit satellites auxquels on a donné, en commençant par le plus proche, les noms de Mimas, Encelade, Téthys, Diane, Rhéa, Titan, Hypérion, Japet.

Herschel, au moyen de son fort télescope, a pu observer six satellites qui escortent Uranus.

On ne reconnaît jusqu'ici qu'un seul satellite à Neptune. On croit cependant lui en avoir reconnu un second, et il est probable que cette planète en a un plus grand nombre.

POINT 2.

Tableau des éléments des planètes.

Nous ferons quelques remarques concernant ce tableau.

D'abord, c'est qu'il représentera, comme nous l'avons dit, tous les éléments des planètes qui peuvent être représentés par chiffres; par conséquent, les diamètres, les grosseurs, les masses, les durées de rotation. Ensuite, ayant supposé la densité d'Astéroïde, comme moyenne entre celle de Mars et celle de Jupiter, c'est d'après ces densités supposées, que nous avons ensuite calculé le diamètre et le volume de cette planète.

Enfin, nous prévenons le lecteur que les chiffres indiqués dans cette table, ne sont pas partout et toujours conformes à ceux que nous avons calculés dans le cours de cet ouvrage. Nous avons, en effet, simplement copié les données que nous y rapportons, dans l'almanach du bureau des longitudes, et nous nous en contentons, laissant à ceux qui voudront s'adonner à cette étude, le soin de rectifier ces données, d'après les principes que nous exposons dans ce traité.

Quant à la colonne que rapportent plusieurs auteurs des valeurs de chaque angle que présenteraient les planètes placées à la distance du soleil, nous ne la rapportons pas, par la raison que cette colonne ne peut servir qu'à déterminer les diamètres des planètes, diamètres qui ont dans ce tableau, une colonne spéciale.

Nous n'assignons pas non plus de colonne pour représenter le degré de chaleur et de lumière envoyées par le soleil à chaque planète, parce que, pour obtenir ce degré, il suffit de diviser la distance de la terre (où ce degré est supposé égal à 1) par la distance de chaque planète.

NOMS.	DIAMÈTRE.	VOLUME.	MASSE.	DENSITÉ.	ROTATION.
Mercure....	0,391	0,060	0,177	2,94	1j 0038
Vénus.....	0,985	0,957	0,893	0,933	0,9730
La Terre...	1 »	1 »	1 »	1 »	0,99727
Mars......	0,519	0,140	0,134	0,948	1,02733
Astéroïde...	0,730	0,584	1,231	0,593	»
Jupiter.....	11,225	1414,200	343,853	0,238	0,41377
Saturne....	8,971	734,800	101,941	0,138	0,437
Uranus.....	4,344	82 »	18,407	0,180	»
Neptune....	4,719	110,600	21,057	0,222	»

Tableau des Astéroïdes

NOMS DES PLANÈTES	DURÉE DES RÉVOLUTIONS sidérales	DISTANCES moyennes AU SOLEIL
	J	
Flore	1193, 2810	2,201727
Harmonia	1247 3900	2,270750
Isis	1253 2350	2,274354
Melpomène	1270, 5310	2,295753
Victoria	1303, 2536	2,335003
Euterpe	1313, 7360	2,347507
Vesta	1324 7670	2,360630
Urania	1328, 9446	2,365591
Daphne	1340, 2830	2 379030
Iris	1345, 6000	2,385310
Metis	1346, 9400	2,386891
Phocea	1350, 2809	2,390843
Massalia	1365, 8691	2 409208
Hebée	1379 6350	2,425368
Lutetia	1387, 1419	2,434158
Fortuna	1397, 1920	2,445902
Parthenope	1402, 1061	2 451633
Thetis	1420, 1300	2 472598
Fides	1459, 0367	2 517555
Amphitrite	1490, 5400	2,553665
Egerie	1510, 8931	2,576860
Astree	1511, 3690	2 577400
Pomone	1516, 2800	2,582980
Irene	1518, 2866	2 585260
Thalie	1554, 2093	2,625878
Leda	1563 0000	2,63577
Eunomia	1576 4930	2 650918
Proserpine	1580, 5107	2,655420
Circee	1582 2491	2,657367
Junon	1592, 3044	2,668613
Lœtitia	1679, 0000	2,764620
Ceres	1680 7515	2 766541
Pallas	1683, 5231	2 769582
Athalante	1684, 7254	2 770900
Bellonne	1688, 5462	2 775089
Polymnie	1771 7365	2 865504
Leucothee	1800, 4342	2,896363
Calliope	1812, 8167	2 909628
Psychee	1825, 2021	2 922866
Themis	2033, 8389	3 141564
Hygie	2043, 3860	3 154388
Euphrosine	2048 0294	3 156160

§ 2.

Satellites.

1.° EN GÉNÉRAL ; 2.° EN PARTICULIER.

N.° 1.

Satellites en général.

Par *satellites,* en général, on entend de petits astres qui circulent dans des ellipses autour de certaines planètes, comme celles-ci circulent autour du soleil.

Il y a toutefois cette différence, que les planètes ont, avec leur mouvement de translation, un mouvement de rotation que n'ont point les satellites.

On distingue le satellite de la Terre qu'on appelle communément *Lune*; les satellites de Jupiter; ceux de Saturne; ceux d'Uranus, etc.

N.° 2.

Satellites en particulier.

1.° Notions ; 2.° Tableaux.

POINT 1.er

Notions.

LA LUNE.

La *Lune* est un satellite qui accompagne la Terre et qui, en faisant sa révolution, montre toujours la même face à sa planète.

Si l'on juge de la forme du corps de la Lune par celle de la face arrondie qu'elle nous présente toujours, il faut dire que cette forme est celle d'un globe. Cependant, quelques auteurs pensent que cet astre ressemble à une poire dont la queue serait tournée de notre côté ; et ils s'appuient, pour parler ainsi, sur ce que la loi d'attraction a dû, originairement, donner à ce satellite, cette forme, dans la supposition qu'il soit privé, comme il est vrai d'ailleurs, de tout mouvement de rotation autre que celui dont il est parlé dans notre problème 7.

La Lune est recouverte de montagnes dont quelques-unes s'élèvent jusqu'à $\frac{1}{214}$ du rayon. On voit sur la face de la Lune qui se trouve tournée vers nous, vingt-deux de ces aspérités dont la hauteur dépasse 4,800 mètres. Il en est encore beaucoup d'autres dont l'élévation est plus considérable ; les deux plus remarquables ont, l'une 87,500 mètres, l'autre 91,200.

Il est maintenant reconnu, et hors de doute, que la Lune n'a pas d'atmosphère, que par conséquent, elle n'a pas, à sa surface, de végétaux ni d'habitants, du moins analogues à ceux qui existent sur la terre. Il ne peut y avoir non plus, pour la même raison, d'eau sur ce globe, car s'il y en avait, cette eau produirait des vapeurs qui constitueraient une atmosphère. C'est donc à tort que Hévélius a donné le nom de mers aux régions de la surface lunaire, qui nous paraissent sous la forme de taches grisâtres.

La Lune tourne autour de la terre en 27j 321661423, à une distance de 85,947 lieues. (Prob. 3,11.)

Son diametre est a celui de la terre, dans le rapport de 1 a 393,059 et son volume dans le rapport de 1 a 48 3717 (Prob 17,26)

La masse de la lune est a celle de la terre dans le rapport de 0,134271 a 1, et sa densite, dans celui de 0,6496?605 a 1 (Prob 29)

Enfin sa vitesse, comptee en lieues, dans son ellipse, est a celle de l equateur solaire, dans son mouvement de rotation comme 1 est a 2 et a celle de la terre dans son mouvement de translation, comme 1 est a 30 (Prob 34,35 36)

SATELLITES DE JUPITER

Ils sont au nombre de quatre

On ne connaît pas bien les grosseurs de ces astres, trop petits pour être bien etudies on sait seulement que le troisieme est beaucoup plus considerable que les autres et que dans l ordre des volumes, apres celui-la, c est le premier puis le quatrieme enfin le second

Le geometre Laplace est parvenu par ses calculs, a faire deux singulieres remarques par rapport aux satellites de Jupiter Il a démontre 1° que « le moyen mouvement angulaire du premier satellite de Jupiter, plus deux fois celui du troisieme est et sera toujours égal a trois fois celui du second, » 2° que « la longitude moyenne du premier satellite de cette même planete moins trois fois celle du second, plus deux fois celle du troisieme, est exactement egale a deux angles droits »

Ces satellites sont bien souvent eclipses c est quand ils se trouvent, ce qui arrive frequemment dans le cone d ombre que projette derriere elle la planete relativement au soleil Le premier de ces corps s eclipse toutes les $42^h\,28^m\,8^s$, le deuxieme, tous les $3^j\,13^h\,18^m$, le troisieme, tous les $7^j\,44^m$ le quatrième tous les $16^j\,16^h\,21^m$ Il suit de la que les quatre satellites ne peuvent jamais être eclipsés tous ensemble, et que la même position relative ne revient chez eux, qu apres une periode de 437 ans

Laplace a aussi determine les masses de ces satellites, malgre leur eloignement et leur petitesse nous indiquerons ces masses aussi bien que leurs revolutions et leurs distances dans le tableau qui sera rapporte plus bas

Ces satellites n ont pas les mêmes apparences le second paraît plus dense que les autres le troisieme, semblable a une etoile de cinquieme grandeur, serait visible a l œil nu si la lumiere reflechie par la planete ne s y opposait, le quatrieme paraît d une couleur obscure et rougeâtre

ESCORTE DE SATURNE

1° Anneaux 2° Satellites

Anneaux

Plusieurs anneaux concentriques circulent autour de Saturne Ces anneaux, au nombre de deux et peut-être de plusieurs autres, sont detachés l un de l autre Ils sont situés a peu pres dans le plan de l equateur de la planète, et inclines au plan de l ecliptique d environ 28° 30′

Ces deux anneaux participent a un mouvement de rotation qu ils executent dans leur plan en $10^h\,32^m\,15^s$ Nous donnons plus bas toutes leurs dimensions

Nous ne manquerons pas de faire remarquer ici que, d'après notre problème 50, il existe un rapport d'équilibre entre les anneaux et les satellites de Saturne. Nous renvoyons à ce problème.

Satellites.

Ces globes, au nombre de huit, ont reçu, en commençant par le plus rapprochée de la planète, les noms de : ***Mimas, Encelade, Téthys, Diane, Rhéa, Titan, Hypérion, Japet.***

Suivant Herschel, le premier, qui paraît plus brillant que les autres, est blanc et à peu près du volume de Mars. Le second est un peu bleuâtre et d'une densité plus grande que la planète même ; le troisième, d'une teinte blanchâtre, est égal à une étoile de sixième grandeur ; le quatrième est d'un rouge sombre ; etc.

Un savant dit que le temps périodique du premier satellite est précisément la moitié de celui du troisième ; et le temps périodique du deuxième, précisément la moitié de celui du quatrième.

Les sept premiers satellites se meuvent à peu près dans le plan de l'anneau de Saturne, le huitième s'écarte de ce plan d'environ 30°.

SATELLITES D'URANUS.

Herschel a découvert, autour d'Uranus, six satellites dont nous indiquerons plus bas les révolutions et les distances. Deux autres, depuis lors, ont encore été découverts.

SATELLITES DE NEPTUNE.

On connait certainement à Neptune un satellite ; on prétend en avoir aperçu un second, et il est probable que cette planète en a encore d'autres.

POINT 2.

Tableaux.

LUNE.

DISTANCE.	REVOL. SIDÉRALE.	REVOL. SINOD.	DÉCLINAISONS.
85947^{l} 703	27^{j} 321661423	29^{j} 53058857	5°8′47″9

RAYON.	VOLUME.	MASSE	DENSITÉ.
1/393,059	1/48,3717	0,134271	0,649626

Vitesse comptée en lieues.

1/2 de l'équat. sol. 1/30 du mouv. de la Terre.

SATELLITES DE JUPITER.

	DISTANCES.	RÉVOLUTIONS.	MASSES.
1.er satellite,	6,0485 (1)	1,7691	0,000017
2.e id.,	9,6235	3,5512	0,000023
3.e id.,	15,3502	7,1546	0,000088
4.e id.,	25,9983	16,6888	0,000043

(1) L'unité est égale au rayon de la planète.

ANNEAUX DE SATURNE

Anneau extérieur	Diamètre extérieur	63886 lieues
	id intérieur	56?23
Anneau intérieur	Diamètre extérieur	54926
	id intérieur	42488
Diamètre équatorial de la planète		28664
Intervalle entre la planète et l'anneau intérieur		6912
Intervalle entre les anneaux		648
Épaisseur de l'anneau		36

SATELLITES DE SATURNE

	DISTANCES	RÉVOLUTIONS
1er satellite	3 35 (1)	0j 943
2e id	4 30	0,370
3e id	5,28	1,888
4e id	6 82	2,739
5e id	9 52	4 517
6e id	22,08	15 94[illegible]
7e id	30 89	21 297
8e id	64 36	79 330

SATELLITES D'URANUS

	DISTANCES	RÉVOLUTIONS
1er satellite	7,44	2j 520
2e id	10 37	4,144
3e id	13 12	5,893
4e id	17,01	8,705
5e id	19,85	10 961
6e id	22,75	13 463
7e id	45 51	38,075
8e id	91 01	107,694

SATELLITES DE NEPTUNE

	DISTANCES	RÉVOLUTIONS
1er satellite	13	5j 87
2e id	»	»

§ 3

Comètes

Ce mot signifie *étoile chevelue*

On distingue dans les *comètes* la *tête* et la *queue* la *tête* à son tour se compose du *noyau* et de la *chevelure* Cependant, parmi les comètes qui ont été observées jusqu'ici, un grand nombre n'ont pas de *queue* et

---

(1) L'unité est égale au rayon de la planète

plusieurs ne présentent pas de *noyau;* mais toutes se montrent enveloppées de ce qui fait la *chevelure.*

On a donné le nom de *noyau* au point central de la comète. Ce point se distingue par un éclat plus vif, semblable quelquefois à celui des planètes.

Les *noyaux* des comètes sont ordinairement très-petits, quelquefois cependant ils ont de grandes dimensions ; on en a mesuré qui avaient depuis 11 jusqu'à 1089 lieues de diamètre.

La *chevelure* d'une comète est cette nébulosité qui entoure son noyau, et qui paraît tantôt adhérente au noyau, et tantôt séparée par un intervalle obscur.

On appelle *queue* d'une *comète* la trainée lumineuse qui ordinairement est placée derrière la comète, à l'opposite du soleil, et qui s'élargit progressivement à mesure qu'elle s'éloigne de la *tête.* La *queue* de la comète a quelquefois des dimensions énormes ; on a vu des comètes qui atteignaient le zénith tandis que leur *queue* touchait encore à l'horizon. On a évalué la *queue* de la comète de 1680, à plus de quarante et un millions de lieues. On remarque qu'à mesure que les astres, en s'éloignant du soleil, perdent de leur éclat, ils perdent aussi de leur vitesse dans le trajet qu'ils parcourent.

Les comètes ont un mouvement propre, et elles parcourent des courbes très-allongées, de manière qu'elles se transportent, dans leur course, à de telles distances du soleil, qu'elles cessent alors d'être visibles.

Sur près de six cents comètes qu'on a observées jusqu'à ce jour, il n'y en a que sept dont on puisse prédire à peu près exactement, le retour, savoir :

1.° La comète Halley, dont la période est de 27,866 jours ; elle a paru en 1835 ;

2.° La comète de Newton, avec une période d'environ 575 ans ; elle a paru en 1680 ;

3.° La comète observée par Encke, qui revient après 3 ans 4 mois ; elle a paru en 1818 ;

4.° La comète de Biéla, qui repasse après 6 ans 3/4 ; elle a paru en 1832 ;

5.° La comète reconnue par M. Faye, qui a un retour périodique de 7 ans 2 mois et demi ; elle a paru en 1851 ;

6.° La comète Vico, ayant une période de 1993 jours (5 ans, 5 mois, 18 jours) ; elle a paru en 1776 ;

7.° Enfin la comète Brossen, dont le retour paraît s'effectuer après 10042 jours.

A tout ce qui vient d'être dit sur les corps célestes, nous ajouterons quelques mots sur les aérolithes.

§ 4.

Aérolithes.

Ce sont des pierres tombées du ciel après l'apparition de quelque météore, dont la nature se compose principalement de fer et de nickel. La chute de ces corps sur la terre, est ordinairement opposée au mouvement de notre globe. Leur grosseur varie et est parfois considérable. Le 26 Mai 1751, deux masses tombèrent près Hradschina, dans le comtat d'Agra ; l'une

pesait 35 kilogrammes, l'autre 8. L'une des plus connues est celle que Pallas decouvrit en Siberie: elle pesait 700 kilogrammes. On a trouvé des masses analogues en Boheme, en Hongrie, au cap de Bonne-Espérance, au Mexique, au Perou, au Senégal, dans la baie de Baffin, etc. Dernièrement, le 7 Juin 1855, il en est tombe une semblable au milieu d'un champ, près Gand, à St Denis-Wattrem, pesant 700,5 grammes.

Les auteurs assignent differentes origines aux *aerolithes*. Les uns disent que ces pierres sont vomies par les volcans de notre globe, mais ce système est insoutenable, car nos volcans ne pourraient les lancer à une grande hauteur, et d'ailleurs leur composition differe totalement des produits volcaniques.

Quelques mathematiciens, Laplace a leur tête, ont cherché à prouver que ces pierres pouvaient être projetees par les volcans de la Lune, assez loin pour entrer dans la sphere d'attraction de la Terre et tomber sur elle. Le fait est possible, mais pour qu'il ait lieu, le calcul montre que la pierre doit avoir une vitesse initiale de 3250 metres par seconde, et faire, en deux jours et demi environ le trajet de la Lune à la terre.

D'autres physiciens ont admis que ces meteores etaient un produit de notre atmosphere, et leur opinion, que nous n'expliquerons pas ici, n'est pas sans probabilite.

Il en est qui pretendent que ces masses sont des éclats, des fragments d'astres brises, ou que ces corps sont des asteroides qui deviennent visibles en s'approchant de la Terre, etc. Nous laissons à tous ces savants la responsabilité de leur opinion.

CHAPITRE III

SYSTEME PLANETAIRE

1° Idee generale. 2° Differents systemes.

ARTICLE PREMIER

IDEE GENERALE DU SYSTEME DU MONDE

Pour donner une idée exacte du système du monde entier et de l'arrangement respectif de tous les astres entre eux, il faudrait non-seulement assigner les places des planetes respectivement a un astre donné, par exemple, au soleil, mais encore celles de toutes les etoiles, des cometes, et par consequent, leurs distances, leurs eloignements, leurs mouvements, etc.; or, la science est encore loin d'en être là.

Nous nous bornerons donc ici, avec les astronomes, à ne parler que de l'arrangement des planetes, tant entre elles que par rapport au soleil, et cet arrangement, quel qu'il soit, nous l'appellerons avec eux, *système solaire* ou *planetaire*.

Un *systeme*, en général, se compose donc d'un soleil et de toutes les planètes auxquelles il communique le mouvement, la chaleur, la lumière, etc.

On pretend avec raison que chaque étoile est un soleil pareil au nôtre, ayant ses planetes, etc.

D'où il suit qu'il y aurait autant de systemes particuliers dans l'univers qu'il y a d'etoiles.

ARTICLE 2.

DIFFÉRENTS SYSTÈMES.

Un système particulier, c'est l'hypothèse d'après laquelle tous les différents corps célestes qui accompagnent un soleil, sont arrangés dans le but d'expliquer tous les phénomènes qui se remarquent dans le ciel, ou du moins dans ce système particulier.

Cette définition, appliquée à notre système, le partage en quatre opinions. savoir : celle de Ptolémée, celle des Egyptiens, celle de Ticho-Brahé et celle de Copernic.

Nous allons rapporter ces quatre systèmes sous le nom de leurs auteurs.

§ 1.er

Ptolémée.

Ptolémée Claude, mathématicien de Péluse ou de Ptolomaïs (en Thébaïde), surnommé par les Grecs, *le Très-Sage,* florissait à Canope, près d'Alexandrie, sous l'empire d'Adrien et de Marc-Aurèle, vers l'an 138 de Jésus-Christ, pendant les dernières années de Pline le naturaliste.

Cet astronome est auteur d'un système du monde, ou du moins on lui attribue celui qu'il a écrit, par la raison que ses ouvrages sont les plus anciens qui nous soient parvenus de l'ancienne astronomie. Certains auteurs pensent qu'il n'a fait que rassembler les travaux de ses devanciers, surtout d'Hypparque, et a donné son nom au système apparentiel. Quoi qu'il en soit, voici en quoi il consiste.

Ce philosophe suppose que la Terre est immobile et occupe le centre de l'univers. Autour de la terre, il fait mouvoir, d'orient en occident, en vingt-quatre heures, tout le ciel avec tous les corps qui s'y trouvent dispersés. Indépendamment de ce mouvement commun avec toute la sphère, les planètes, au nombre desquelles il met le soleil et la lune, achèvent dans le zodiaque, par un mouvement propre et rétrograde, des révolutions particulières autour de la terre, à des distances inégales et dans des temps inégaux: la Lune est la plus voisine; puis, au-dessus de la Lune circulent Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter, etc.

Au-delà des planètes, Ptolémée suppose la sphère des étoiles fixes, puis deux autres qui se nomment Christallins; plus loin encore, celle qu'il appelle le premier *mobile;* enfin, en dernier lieu, l'*empirée,* où sont le trône de Dieu et le séjour des bienheureux.

Comme nous ne rapportons ici ce système que pour le faire connaître, nous ne nous arrêterons pas à le réfuter.

§ 2.

Egyptiens.

Ce peuple nous a transmis un système planétaire qui diffère peu de celui de Copernic; voici en quoi il consiste.

La terre est placée au centre; elle est environnée par les orbites de la lune et du soleil. Le globe du soleil, en décrivant son orbite, est environné et accompagné des orbites de Mercure et de Vénus.

Au-dessus du soleil dans les trois orbites sont Mars Jupiter et Saturne (il faudrait maintenant ajouter Uranus et Neptune) comme dans le système de Ptolemée

§ 3

Ticho Brahé

Ticho-Brahe gentilhomme danois, avait déjà vu paraître avant lui le système de Ptolemée et celui de Copernic Le raisonnement lui fit bientot dire que le système inventé par le premier de ces astronomes, n'était pas naturel ni d'accord avec les observations, c'est pourquoi il le rejeta D'un autre coté, il était trop eclairé pour ne pas remarquer la beauté la simplicité du système de Copernic mais son respect pour l'écriture sainte qu'il interpretait mal et à laquelle il lui semblait que ce système était opposé, le porta à en imaginer un autre, très-ingenieux d'ailleurs que voici

Au centre du monde, il mit la terre et la supposa immobile De la terre comme centre il decrit un premier cercle c'est celui de la Lune, puis, à une distance assez grande celui du mouvement du soleil enfin, à une distance considerable, celui des etoiles fixes

Ces trois cercles étant faits, il suppose que le soleil soit au centre des autres planetes, et il decrit par consequent autour de cet astre central à des distances toujours proportionnellement plus eloignées, les courbes ou cercles des mouvements de Mercure, de Venus, de Mars, etc, de manière pourtant que le cercle de Mars qui comme les autres planetes circule autour du soleil, coupe celui du soleil qui circule autour de la terre en deux parties

Tycho decrit enfin des centres de Jupiter, de Saturne etc, les petits cercles successifs dans lesquels se meuvent les satellites de chacune de ces planetes

Ainsi, d'après ce qui vient d'être dit la terre est le centre des trois cercles, et, par consequent de tous les mouvements de la lune, du Soleil et des etoiles fixes, le soleil est le centre des cercles et aussi des planetes et celles-ci le centre des mouvements de leurs satellites Le soleil, en circulant autour de la terre emporte avec lui les planetes, comme celles-ci, en circulant emportent avec elles leurs satellites

Nous ne rapportons ici ce système que pour le faire connaître, c'est pourquoi nous ne nous arrêterons pas à en demontrer la fausseté

§ 4

Copernic

Copernic, Nicolas, naquit à Thorn, ville de la Prusse royale en 1473 Il fut, plus tard chanoine de la cathédrale de Frawenbourg, et ce fut alors que, jouissant du repos necessaire, il trouva le système planétaire qui est aujourd'hui generalement suivi et reconnu comme etant le seul admissible, vrai Copernic mourut où il etait né, en 1543, âgé de 68 ans

Le système planetaire que sut trouver ce grand homme, est en effet plus simple que ceux de Ptolémée et de Tycho-Brahé Ce savant pose le soleil immobile au centre du monde, comme un grand flambeau qui l'eclaire et le vivifie Ensuite autour du soleil comme centre, il fait circuler à des distances differentes, les planetes, savoir Mercure, Vénus, la Terre, Mars,

Astéroïde, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Enfin, à une distance prodigieuse du soleil, il établit le lieu des étoiles fixes qui, comme autant d'autres soleils, ont aussi, sans doute, leurs planètes et forment aussi autant de systèmes semblables au nôtre.

Les planètes escortées forment encore, selon cet astronome, comme autant de petits systèmes séparés : autour d'elles tournent aussi à des distances inégales, leurs satellites, comme elles-mêmes tournent autour du soleil.

CHAPITRE IV.

DE LA TERRE.

1.° Sa forme; 2.° ses dimensions : 3.° sa surface; 4.° son intérieur; 5.° sa position; 6.° ses mouvements; 7.° sa distance; 8.° son atmosphère.

ARTICLE PREMIER.

SA FORME.

Il est reconnu maintenant que la terre a la forme d'une sphère, et cette conviction, généralement admise aujourd'hui, résulte d'une foule de preuves de tous genres, fournies par l'expérience, l'observation et le raisonnement. Nous n'entrerons pas ici dans le détail de ces preuves, qui nous mènerait trop loin; nous supposerons la sphéricité de la terre comme une vérité.

Il est vrai cependant que la terre, d'après des mesures exactes prises à sa surface, se trouve un peu aplatie vers les pôles, et que, rigoureusement parlant, elle doit être regardée comme un sphéroïde dont les diamètres présentent une différence, petite à la vérité, mais réelle et capable d'être appréciée comme on le verra dans l'article suivant.

ARTICLE 2.

SES DIMENSIONS.

Par les *dimensions* de la terre, il faut entendre les longueurs des trois divers rayons, grand, moyen, petit, que sa forme elliptique lui impose avec la différence de chacun de ces rayons à l'autre (Voyez probl. 13).

On remarquera que le grand rayon de la terre est celui qui va du centre à l'équateur, que le petit va du centre au pôle et que le moyen va au point entre ces deux-là, à 45°.

Voici, en supposant la circonférence moyenne de la terre égale à 9,000 lieues, le tableau des longueurs des rayons susdits :

Grand rayon ou rayon équatorial	1434,79220
Moyen rayon, pris à 45°	1432,39449
Petit rayon ou rayon polaire..................	1429,99678
Différence arithm. du grand au petit...........	4,69541

Voici un autre tableau où la différence arithmétique du grand au petit rayon terrestre est représentée pour l'unité (Voyez prob. 13).

Grand rayon	305,0624
Petit rayon	304,0624
Différence	1

ARTICLE 3

SA SURFACE

Nous ferons remarquer ici que la surface d'une sphère est égale à quatre fois celle de l'un de ses grands cercles. Or, la surface du cercle est toujours égale au produit de la moitié du rayon par la circonférence.

Donc, si l'on multiplie le cercle moyen de la terre, que l'on fait toujours de 9000 lieues, par la moitié du rayon moyen, on aura au produit la surface cherchée du globe, c'est-à-dire 9000×716,197245=6445775,205×4=25783100,82 lieues carrées.

ARTICLE 4

SON INTÉRIEUR

1. La terre n'a de solide qu'une enveloppe dont nous ne connaissons pas l'épaisseur exacte, puisqu'il ne nous a pas été possible de pénétrer dans l'intérieur du globe au delà d'une dizaine de kilomètres. Cependant il est une chose qu'on pourrait assurer, c'est que cette croûte ne peut avoir 25 lieues de profondeur, puisque à cette distance la matière, comme nous le dirons tout à l'heure, ne peut plus, à cause de la chaleur, s'y maintenir à l'état de solidité.

En effet, d'après de nombreuses observations, on est parvenu à constater un fait, c'est que la température augmente à mesure que l'on s'enfonce dans l'intérieur de la terre. Cet accroissement de température, qui n'est pas partout le même absolument, est, terme moyen, d'un degré centésimal, tous les 28 mètres 8 dixièmes. Par conséquent, la chaleur de l'eau bouillante étant supposée égale à 100 degrés au dessus du 0 de l'échelle du thermomètre, il suffit de descendre à une profondeur de 2710 mètres pour obtenir la chaleur de 100°.

2. Après cela, deux opinions partagent les géologues sur l'état de la matière qui occupe le centre de notre globe. Les uns, les Neptuniens, y mettent de l'eau; les autres, les Vulcanistes, du feu. Quoi qu'il en soit, si on en juge d'après la marche du thermomètre qui accuse une chaleur toujours plus intense à mesure qu'on s'avance à une plus grande profondeur, il semblerait que cette dernière opinion fût la plus probable, et c'est aussi celle qui paraît la plus rationnelle.

ARTICLE 5

SA POSITION DANS LA SPHÈRE

La terre est posée dans l'espace de manière que son axe de rotation a un de ses deux pôles, celui du *nord*, dans le point polaire, près de l'étoile de Tramontane, (voyez chap. 2, art. 1, § 1, N° 5) et l'autre pôle, celui du *sud*, dans une étoile sextaire que l'on nomme *Delta* de la constellation de *l'Octant*. Le premier de ces deux pôles est toujours visible pour nous qui nous trouvons placés sur l'hémisphère septentrional, tandis que l'autre reste toujours invisible.

On remarquera ensuite que le plan de l'équateur terrestre fait avec le plan de l'écliptique un angle de 23° 27' 37'' 9.

Pour se faire une idée des différentes positions que la terre peut prendre,

dans son ellipse, à l'égard du soleil, il faut se représenter que la terre est à son périhélie, par conséquent, le plus rapprochée possible du soleil, au 21 Décembre, et qu'en même temps, elle montre son pôle *sud* au soleil. C'est tout le contraire au 21 Juin : la terre, alors, à son aphélie, est le plus éloignée possible du soleil, et montre à celui-ci son pôle *nord*.

Dans ces deux positions, l'axe de la terre se trouve dans le même plan avec le rayon vecteur (ligne droite qui va du centre du soleil au centre de la terre) ; mais il n'en est plus de même dans les intervalles intermédiaires. Au 21 Mars, l'axe de la terre est devenu perpendiculaire à ce plan, et il le devient encore au 21 Septembre.

ARTICLE 6.

SES MOUVEMENTS.

La terre exécute huit mouvements bien connus et bien distincts, et ces mouvements sont : 1.° celui de *translation*, 2.° celui de *rotation*, 3.° celui du *grand axe* de son ellipse ou celui de son *aphélie*, 4.° celui de la *diminution de l'obliquité de l'écliptique*, 5.° celui de la *précession*, 6.° celui de la *nutation*, 7.° celui de la *déviation*, 8.° celui du *foyer d'attraction*.

§ 1.er

Mouvement de translation.

Le mouvement de *translation* est celui par lequel le centre de la terre décrit, en allant de droite à gauche, une ellipse autour du soleil, dans l'espace d'une année.

Disons de suite que, par la *droite* et la *gauche*, nous entendons celles d'un observateur qui serait placé dans le centre du soleil, ayant la face tournée du côté de la planète. (Voyez chap. 6, art. 2.)

Le mouvement de translation n'empêche pas du tout celui de rotation : un boulet, lancé hors du canon, peut, en même temps qu'il parcourt l'espace, tourner sur lui-même.

Le mouvement de translation de la terre est de 591340 lieues par jour, ou 24639,144 lieues en une heure, ou encore de 410,0205 lieues par minutes. (Voyez prob. 34.)

Ce mouvement produit : 1.° la durée de l'année (voyez chap. 8, art. 1), qu'on appelle aussi *révolution ;* 2.° la succession périodique des quatre saisons avec leurs changements de température, et aussi la succession des mois, (voyez chap. 8, art. 2) ; 3.° l'équation du temps, c'est-à-dire la variation de durée du jour vrai à l'égard du jour moyen (voyez cette variation pour chaque jour dans l'almanach du bureau des longitudes.)

§ 2.

Rotation de la terre.

Ce mouvement consiste, en ce que la terre tourne sur son propre axe, de gauche à droite (toujours pour un observateur placé dans le soleil et tourné vers la terre) dans l'espace d'un jour.

Ce mouvement, pris sous la ligne du cercle de l'équateur où il est le plus considérable est évalué à 376 lieues 646 dix-millièmes par heure. En effet, si l'on divise la longueur de l'équateur terrestre qui, d'après son rayon in-

diqué au prob. 13, est de 9014 75 par la durée du jour sidéral, (c'est pendant la durée de ce jour et non pendant celle du jour solaire que le même point de l'équateur terrestre revient vis à vis de la même étoile et par conséquent fait un tour exact), on trouvera le nombre susdit. C'est par minute, 6 lieues, 28 centièmes.

Le mouvement de rotation de la terre occasionne les phénomènes suivants, savoir : 1° la succession du jour et de la nuit, 2° le lever et le coucher des astres, 3° l'aurore et le crépuscule.

§ 3

Mouvement du grand axe

Ce mouvement consiste en ce que le grand axe de l'ellipse de la terre ou en d'autres termes, en ce que les points aphélie ou périhélie de l'ellipse de la terre tournent autour de l'écliptique en 21,000 ans, ou plus exactement en 20,937 ans.

Ce mouvement est direct, c'est-à-dire que le périgée et l'apogée terrestres tournent selon l'ordre des signes et décrivent par an 11' 8.

La longitude de ce point change donc, non seulement de ces 11' 8 qu'on attribue à l'action de Jupiter et de Vénus sur notre globe, mais encore en 50'' 1 en vertu de la précession des équinoxes, ce qui fait 61''9 par an.

Il suit de là que la durée des saisons est lentement variable et que celles-ci tendent à se transformer en une seule saison uniforme.

§ 4

Diminution de l'obliquité de l'écliptique

La diminution progressive de l'angle de 23° 27' 37''9 que fait l'axe de la terre avec l'axe de l'écliptique, a, pour valeur, par siècle 52'.

Ce mouvement rapproche donc les tropiques l'un de l'autre et tend à faire confondre dans un temps donné l'équateur avec l'écliptique.

Cependant les savants théoriciens expliquant cette diminution démontrent qu'elle ne peut aller au-delà de 4 à 5 degrés et qu'elle se renferme dans une période de 26000 ans après lesquels cette obliquité augmentera pendant le même temps pour ensuite diminuer encore.

§ 5

Précession

C'est un mouvement par lequel le pôle de l'axe de la terre décrit, autour du pôle de l'écliptique, un cercle en 25868 ans.

Ce mouvement est rétrograde, c'est-à-dire se fait dans une direction opposée à celle des signes, il est, terme moyen, de 50''1 par an, et est sujet à certaines légères variations.

La précession moyenne est due entièrement à l'action combinée de la lune et du soleil qui, par leur attraction, agissent plus fort sur le ménisque de la terre, et ainsi font vaciller la place de l'équateur à l'égard du plan de l'écliptique.

Ce mouvement a pour effet de faire rétrograder les points équinoxiaux et de changer de place les étoiles relativement aux mois et aux saisons.

§ 6.

Nutation.

C'est un mouvement périodique qui écarte l'axe terrestre de la perpendiculaire à l'écliptique, autour de laquelle cet axe décrirait dans les cieux, une petite ellipse dont les diamètres sont de 18″5 et de 14″74 Le plus grand de ces deux diamètres se dirige vers un pôle de l'écliptique. La période de ce mouvement est égale à celle d'une révolution des nœuds de la lune, et par conséquent est de 18 ans 228 jours.

Ce mouvement amène des variations dans les effets que produit le mouvement de la *précession.*

§ 7.

Déviation

Ce mouvement consiste en ce que la terre ne repasse plus, d'une révolution à une autre, justement sur la même trace où elle est passée une autre année, en décrivant son ellipse, altérée qu'elle est par les autres planètes qui la font ainsi dévier, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre.

§ 8.

Mouvement autour du foyer d'attraction

Les différentes positions que prend successivement la lune à l'égard de la terre, font aussi changer le centre où s'exerce l'attraction que produisent les masses de la terre et de la lune.

Ce mouvement occasionne l'élévation des eaux de l'Océan au momen où, par le mouvement de rotation, elles sont présentées vis-à-vis de ce foyer. Il occasionne aussi la projection des eaux accumulées de l'Orient à l'Occident, qu'on appelle *marées.*

Il est encore bien d'autres légers mouvements que la terre exécute, mais comme ils sont presque insensibles, nous ne nous y arrêterons pas.

ARTICLE 7.

SON ATMOSPHÈRE.

1° L'*atmosphère* est la masse de cette substance gazeuse appelée *air*, qui forme l'enveloppe de la terre, et qui se meut avec elle dans l'espace.

Cette substance est *transparente*, c'est-à-dire qu'elle laisse apercevoir les objets. Elle est *élastique*, et, par conséquent, indéfiniment extensible et compressible. Elle est éminemment *mobile ;* enfin, prise par petites masses elle est *incolore*, mais prise par grandes masses, elle réfléchit le rayon solaire qui colore en bleu le ciel et les objets aperçus dans le lointain.

La figure de l'atmosphère, quand celle-ci est en équilibre, est, par suite de son mouvement de rotation avec la terre, celle d'un sphéroïde aplati vers les pôles : c'est la même figure que celle de la terre.

La hauteur de l'atmosphère de la terre est différemment déterminée par les auteurs qui en ont cherché la mesure. Les uns pensent que son élévation au-

dessus du sol ne dépasse pas 18 lieues et ces savants concluent ce chiffre d'un calcul qui base sur ce que la densité de l'air est à celle d'un volume semblable de mercure comme 1 est à 104779.

Quelques géomètres font cette hauteur égale à 22 lieues, et plusieurs autres ne lui donnent que 20 lieues. Ces derniers s'appuient, avec raison, sur la solution d'un triangle qui, au moment précis où le soleil, après son coucher, est abaissé de 18 degrés sous l'horizon, aurait ses trois angles, l'un dans l'œil de l'observateur, l'autre dans le point culminant de l'atmosphère frappée alors par le dernier rayon du soleil, et le troisième dans le soleil même. Nous ne dirons rien davantage sur la solution de ce triangle.

2° L'air qui compose l'atmosphère est très-léger, mais il n'est pas sans poids. On a reconnu qu'une colonne entière d'air, prise depuis le haut de l'atmosphère jusqu'au niveau des eaux de la mer, pèse autant qu'une colonne de même diamètre de mercure de 28 pouces de hauteur ou de 0,76, ou bien encore qu'une colonne d'eau de 32 pieds. Une colonne semblable d'air d'un pied carré pèse sur la terre 1,086 kilogrammes; par conséquent, sur un homme de taille moyenne, 16,000 kilogrammes, ou plus exactement 33,600 livres.

Il ne faut pas s'étonner que nous ne sentions pas le poids absolu de l'air; c'est que nous sommes pénétrés par ce fluide élastique jusque dans les parties les plus intimes de notre corps: l'intérieur de nos os, toutes les trames de nos tissus, toutes nos viscères, tous nos vaisseaux contiennent de l'air, en un mot, nous sommes plongés dans l'air comme une éponge dans l'eau. Il n'y a de pression vraiment que lorsqu'on fait le vide sur un point, soit intérieurement, soit extérieurement, puisque, dans ce cas, on supprime la résistance d'un côté de la paroi.

On sait aujourd'hui, grâce aux méthodes d'expérimentation, le poids absolu de l'air: un litre, ou un décimètre cube d'air, à la température 0, pèse un kilogramme 2 991 dix-milligrammes, ou en d'autres termes, 760 litres d'air pèsent à peu près 1087 kilogrammes 3460.

C'est à cette densité prise comme unité et représentée par 1, par 10, ou par 100, etc., que l'on compare les densités respectives des autres gaz, et aussi celle du mercure. L'azote, après l'acide carbonique, est le plus pesant de tous les gaz, et l'hydrogène, au contraire, est le plus léger des corps connus: un mètre cube de ce dernier ne pèse que 89 grammes 4 décigrammes, tandis qu'un volume pareil d'air pèse 1,299 grammes. C'est à raison de cette excessive légèreté qu'on se sert de ce gaz pour gonfler les ballons. Un globe de 1,000 mètres cubes rempli d'hydrogène, peut élever un poids de 1,209 kilogrammes environ.

Quant à la densité de l'air, respectivement à celle du mercure, on l'a trouvée dans la proportion de 1 à 10477,9.

Si, après cela, on suppose un volume égal de chacun des quatre gaz qui composent l'atmosphère ou l'air, on aura leur poids respectif dans les rapports suivants, savoir: oxigène = 2,301; azote = 7,699; acide carbonique = 25 000; hydrogène = 0,685, ou selon Saussure = 19 milligrammes, terme moyen, sur un décimètre cube d'air, à la température de 19° centigrades.

CHAPITRE V.

CERCLES DIVISANT LA SPHÈRE

1.° Grands cercles ; 2.° petits cercles ; 3.° cercles immobiles ; 4.° cercles mobiles.

ARTICLE PREMIER

GRANDS CERCLES.

Les grands cercles sont ceux dont les pôles sont éloignés de 90° de part et d'autre de la circonférence, et qui, par conséquent, partagent la sphère en deux hémisphères égaux.

Les grands cercles, au nombre de six, sont : l'*équateur*, l'*horizon*, le *méridien*, l'*écliptique* ou le *zodiaque*, les *colures* et le *terminateur*.

§ 1.er

Equateur.

L'*équateur* est un grand cercle dont le plan partage la terre en deux hémisphères égaux, appelés l'un, *septentrional*, l'autre, *méridional*, et sur l'axe duquel la terre exécute son mouvement de rotation, et dont les pôles regardent, l'un, l'étoile *polaire*, et l'autre, une étoile de la constellation de l'*Octant*.

Il est facile de trouver, sur la surface de la terre, tous les endroits où passe la circonférence de ce cercle. En voyageant autour de la terre, on peut, en effet, remarquer successivement toutes les étoiles à égales, distances de part et d'autre, des deux étoiles polaires qui viennent d'être signalées, et suivre ainsi, autour de la terre, la direction qui met, l'une après l'autre, toutes ces étoiles au zénith ou dans le fil à plomb, et déterminer ainsi, par la route qu'on aura tracée, une ligne qui fera le tour du globe : ce sera celle de la circonférence de l'*équateur*. C'est ainsi qu'on a reconnu que ce cercle passe dans les états de Macoco et de Monoémugi ; traverse la mer des Indes, les îles de Sumatra, de Bornéo, et la vaste étendue de la mer Pacifique, et coupe l'Amérique méridionale depuis la province de Quito au Pérou, jusqu'à l'embouchure de la rivière des Amazones.

La route que suit l'équateur dans le ciel, se remarque facilement sur les planisphères. Ce cercle, à partir du point équinoxial situé dans les Poissons passe sur une étoile qui se trouve au sein droit d'Antinoüs, vis-à-vis Altaïr ; puis, sur deux étoiles situées dans la robe de la Vierge ; ensuite, sur la patte gauche du Lion ; enfin, sur l'étoile qui se trouve la plus boréale des trois formant la ceinture d'Orion.

§ 2.

Horizon.

L'*horizon* est un grand cercle dont le plan coupe la sphère en deux hémisphères égaux, appelés l'un *supérieur* ou *visible*, l'autre *inférieur* ou *invisible*, et dont les pôles sont situés, l'un au point de notre *zénith* et l'autre à celui de notre *nadir*.

Notre *zénith* est le point vertical qui correspond dans le ciel justement au-dessus de notre tête, et notre *nadir* est le point opposé sous nos pieds. Ces deux points sont désignés par les deux extrémités de l'instrument qu'on

nomme *fil à plomb* La ligne qui est supposée unir notre *zénith* et notre *nadir* ou l axe de notre horizon passe nécessairement comme tous les axes des autres cercles, par le centre de la terre

Il y a encore un autre *horizon* qu on nomme *visuel* ce n est autre chose que l étendue de la surface de la terre ou de la mer que chacun peut voir en regardant autour de soi, aussi loin que la vue peut porter Le cercle de cet *horizon* est evidemment plus grand ou plus petit selon que le spectateur est plus ou moins elevé

D apres ceci il faut conclure qu il y a autant *d horizons particuliers* qu il y a de differences de lieux sur la surface de la terre, et qu on change d horizon chaque fois que l on s avance soit d ans le sens de l equateur soit dans le sens du meridien, c est a dire quand on change soit de longitude soit de latitude Il est cependant deux points qui restent les mêmes pour toutes les positions que peut prendre *l horizon* ce sont les deux nœuds ou ce cercle vient couper l équateur, nœuds qu on appelle l un, l *Orient vrai* et l autre, l *Occident vrai*

A propos de ceci, nous ferons remarquer que l on distingue habituellement trois sortes d *Orients* savoir l *Orient vrai* point de l horizon ou le soleil se leve a l equinoxe du printemps l *Orient d eté* lieu de l horizon ou le soleil se leve au solstice d ete, et l *Orient d hiver* degré de ce même cercle ou le soleil se leve au solstice d hiver Ces distinctions se font également pour l *Occident*

§ 3

Méridien

C est un grand cercle de la sphere qui passe par les poles du monde et qui, par conséquent est perpendiculaire a l equateur Le meridien terrestre est la trace du meridien celeste sur la surface de la terre Chaque meridien a ses poles dans l est, d un cote, et dans l ouest, de l autre Ce cercle se partage entre quatre grandes parties ou quadrants sur chacune de quelles on commence a compter 0 degre a l equateur pour s arrêter a 90, au pole de chaque coté

Il faut remarquer que jusqu a présent, les mesures qui ont eté prises du quart du meridien terrestre qui passe par la France ne s accordent pas entre elles et presentent une assez grande difference Lallande avait d abord fait cette mesure de 5137020 toises (voyez le dict encyclop du siecle dernier, au mot degre), mais plus tard Pontecoulant (dans son précis d astronomie, N° 229), ne l a plus trouvée que de 5130740 toises Francœur a modifie a son tour, cette mesure et apres avoir ajouté a cette derniere mesure, 74 centiemes de toise et dit que, d apres les savants d aujourd hui (voyez son traite de geodesie générale), cette mesure devait être 5131850 toises, la difference, comme l on voit, entre le premier et le dernier nombre serait de 5170 toises ou deux lieues 1/4 ce qui, selon nous, est considerable

§ 4

Ecliptique

L *ecliptique* est un grand cercle dont le plan fait avec celui de l equateur un angle de 23° 28′, partageant ainsi comme ce dernier la sphere en deux hemisphères egaux appelés l un *septentrional* l autre *meridional* et

dont les pôles se trouvent toujours situés aux deux nœuds où le colure équinoxial est coupé, dans l'hémisphère nord, par le cercle polaire arctique, et, dans l'hémisphère sud, par le cercle polaire antarctique.

Le pôle arctique ou boréal de l'écliptique, le seul que nous puissions voir en Europe, est maintenant situé à la tête de la constellation qu'on nomme le *Dragon*, entre les deux étoiles que l'on désigne sous les noms de *Delta* et *Zéta* (un peu plus près de cette dernière) sur la ligne menée par les deux étoiles du carré de la *Grande-Ourse*, les plus voisines de la queue. L'autre pôle, le pôle boréal, toujours invisible pour l'Europe, se trouve situé près d'une étoile qui fait l'oreille du *Poisson*, constellation que l'on désigne sous le nom de *Dorado*.

Le cercle de l'écliptique représente la trace que le soleil semble décrire dans sa révolution annuelle.

Les deux points où l'*écliptique* coupe l'équateur, s'appellent *équinoxes*, parce que chaque fois que le soleil y passe, les nuits sont égales aux jours. De ces deux points celui qui se nomme *Bélier*, c'est-à-dire celui du printemps, se trouve maintenant très-voisin de la ligne qui joint des deux étoiles de *Pégase*, qu'on nomme *Andromède* et *Algénib*, à la distance qui met cette dernière étoile au milieu. L'autre, celui qu'on nomme la *Balance*, c'est-à-dire celui de l'automne, est situé près de l'épaule gauche de la *Vierge* ou vers le milieu de la ligne qui mène de l'étoile appelée *Régulus* à l'étoile nommée *Epi de la Vierge*. Les deux points de l'*écliptique* les plus éloignés de l'équateur, s'appellent *solstices*, parce que, quand le soleil y arrive, le jour est le plus long ou le plus court de l'année. Le point solstitial d'été se trouve vis-à-vis *Sirius*, et l'autre à peu près vis-à-vis *Wéga*.

C'est au plan de ce cercle, que les astronomes rapportent et comparent les orbites de toutes les planètes.

L'écliptique se partage, comme tous les autres cercles de la sphère, en 360 degrés dont le premier commence au nœud ou point où l'équateur terrestre coupe ce cercle, vers l'époque du 21 Mars. A partir de ce point, le nœud le plus proche où l'équateur solaire coupe ce même cercle, se rencontre à 80° 7'.

Il faut remarquer que l'écliptique se divise ordinairement en douze *signe* ou *arcs*, de chacun 30 degrés. Le premier de ces signes commence au point où l'équateur terrestre coupe ce cercle, et correspond à l'équinoxe du printemps. Les autres signes suivent ce premier dans la direction d'occident en orient, et se terminent au même point. (Voyez le mot signes, chap. VII, art. 2, § 5.)

§ 5.

Colures.

Ces deux grands cercles passent d'abord l'un et l'autre par les pôles Nord et Sud où il se coupent mutuellement à angles droits; puis, l'un par les deux points équinoxiaux (points où l'écliptique coupe l'équateur), et celui-là s'appelle *colure équinoxial;* l'autre, par les points des solstices (points où le cercle de l'écliptique s'écarte le plus de celui de l'équateur), et ce dernier s'appelle *colure solstitial;* ce dernier passe aussi par les pôles Nord et Sud de l'équateur et par ceux de l'écliptique.

Passant par les pôles de la terre, ces deux cercles sont de véritables méridiens. On les distingue néanmoins des autres méridiens en ce qu'ils sont

particulièrement destinés à indiquer sur l'équateur les points précis où le soleil, dans le cours de l'année, se trouve aux équinoxes et aux solstices : c'est là leur seul usage.

§ 6
Le terminateur

Le *terminateur* est un grand cercle dont le plan partage la sphère en deux hémisphères égaux, l'un toujours éclairé par la lumière du soleil, l'autre toujours dans les ténèbres, et dont les pôles se trouvent constamment situés l'un dans le *rayon vecteur* et l'autre dans le point du ciel opposé au soleil.

Il faut remarquer que par le *rayon vecteur* on entend une ligne droite qui est supposée partir du centre de la terre pour aller aboutir au centre du soleil. Dans le mouvement de la terre autour du soleil, cette ligne doit participer au même mouvement sans cependant que le plan du cercle du *terminateur* cesse jamais de lui être perpendiculaire.

ARTICLE 2
PETITS CERCLES

Les *petits cercles* sont ceux dont les pôles ne sont pas éloignés également, de part et d'autre, de *leur circonférence* et qui par conséquent partagent la sphère en deux hémisphères inégaux.

Les petits cercles sont les *parallèles*, les *tropiques*, les *polaires*. On peut y ajouter les *almicantarats*.

§ 1er
Parallèles

Les *parallèles*, ainsi appelés parce que la direction de leurs plans est la même que celle du plan de l'équateur, sont des cercles placés, de part et d'autre, aux côtés de ce grand cercle, dans les deux hémisphères septentrional et austral, et qui diminuent toujours de grandeur à mesure qu'ils sont plus proches de chacun des pôles *Nord* et *Sud* où le dernier devient nul.

Il y a autant de *parallèles* que l'on veut : on peut en supposer un à chaque degré du méridien, un à chaque minute, un à chaque seconde, etc.

§ 2
Tropiques

Les deux *tropiques* sont deux parallèles placés l'un dans l'hémisphère nord, et celui-ci est le *tropique du Cancer*, l'autre, dans l'hémisphère sud, et ce dernier est le *tropique du Capricorne*, à une distance de 23° 28' de l'équateur. Ces deux cercles touchent l'écliptique aux deux points solsticiaux et sont décrits par le soleil quand cet astre se trouve, en été, au 21 Juin, jour le plus long de l'année pour nous, dans l'hémisphère nord, ou bien en hiver, au 21 Décembre, notre plus court jour, dans l'hémisphère sud.

Le tropique du Cancer passe sur la terre un peu au-delà du Mont Atlas, sur la côte occidentale de l'Afrique, puis, à Siens en Éthiopie, de là sur la mer Rouge, le mont Sinaï, sur la Mecque, patrie de Mahomet, sur l'Arabie

heureuse, l'extrémité de la Perse, les Indes, la Chine, la mer Pacifique, le Mexique et l'île de Cuba.

Le tropique du Capricorne passe dans le pays des Hottentots, en Afrique, dans le Brésil, le Paraguay et le Pérou.

§ 3.

Polaires.

Les *polaires* sont deux parallèles placés, l'un au nord, l'autre au sud à 23° 28' de chaque pôle. Celui qui est situé au nord s'appelle *polaire arctique*, et celui qui est situé au sud, *polaire antarctique*. Il sont décrits par les pôles de l'écliptique, lequel, tout en conservant toujours une égale distance dans l'angle qu'il fait avec l'équateur, se meut cependant de manière à faire décrire par ses pôles, ces deux petits cercles autour des pôles de l'équateur. Il faut, pour que ces deux cercles soient ainsi décrits entièrement par les pôles de l'ecliptique, un espace de 25868 ans, temps nécessaire aussi pour que les points des équinoxes aient, en rétrogradant, parcouru, par l'effet de la *précession des équinoxes*, laquelle est, terme moyen, de 50 secondes de degrés par an, tout l'équateur entier.

§ 4.

Almicantarats.

Les cercles *almicantarats* sont ceux qui sont parallèles à l'horizon, et qui coupent perpendiculairement les cercles verticaux. Ces cercles sont d'autant plus petits qu'ils sont plus éloignés de l'horizon; le plus petit est près du zénith.

L'usage principal de ces petits cercles est de déterminer les hauteurs des astres: car tous ceux qui répondent au plan du même cercle *almicantarat*, ont la même hauteur.

ARTICLE 3.

CERCLES IMMOBILES.

Les cercles *immobiles* ou *absolus* sont indépendants de la situation de tout objet placé a la surface de la terre, auquel ils pourraient être comparés. Chacun de ces cercles est unique sur la sphère et le même pour tous ses habitants. *L'équateur* est de ce genre, aussi bien que l'écliptique. Il faut y ajouter chacun des deux *colures*, de tous les *parallèles*, des *tropiques*, des *polaires*.

ARTICLE 4.

CERCLES MOBILES.

Les cercles *mobiles* ou *relatifs* ont sur la sphère une position dépendant de celle de l'objet auquel ils peuvent être comparés. Ils se multiplient donc avec les places que les différents habitants du globe peuvent occuper à sa surface, et de ce genre sont l'*horizon*, le *méridien*.

CHAPITRE VI

ORIENTATIONS

1° Terrestre 2° céleste

ARTICLE PREMIER

1° ORIENTATION GÉNÉRALE, 2° ORIENTATIONS SPÉCIALES

§ 1er

Orientation générale

Nous ferons remarquer que, pour s'*orienter* il faut d'abord connaître la situation des points nommés *cardinaux* vrais points de repères sur la sphère, et ensuite savoir de quel côté on doit tourner la face pour se trouver vis-à-vis de celui que l'on cherche de ces points

Les points *cardinaux*, au nombre de quatre, sont le *nord* et le *sud* l'*est* et l'*ouest* Une personne qui, au moment du midi, tournerait le dos au soleil, aurait devant les yeux le *nord* derrière elle, le *sud* à droite, l'*est* et à gauche, l'*ouest*

Le *nord* vrai point du ciel qui porte ce nom, ne se trouve pas tout à-fait dans l'étoile polaire, mais un peu à côté d'elle à une distance de 1° 35′ 51″18

Voici comment on trouve ce point

On remarquera que l'étoile polaire est opposée à celle qui est la première nommée ***Epsilon*** de la queue de la *Grande-Ourse* la plus rapprochée du carré de cette constellation, et de plus, que ces étoiles passent au méridien *Tramontane* au-delà du point polaire et en second lieu l'autre en deçà et en premier lieu à 11 minutes selon certains astronomes, à 13 minutes selon certains autres, d'intervalle de temps laissant ainsi ce point entre elles Cette connaissance est nécessaire pour procéder, au moyen de *Tramontane* à la recherche du vrai point polaire

Et quant au point du pôle sud opposé au premier, c'est-à-dire au pôle nord, et toujours invisible pour nous il se trouve dans une étoile sextaire nommée *Delta*, de la constellation de l'*Octant*

Il est, entre les points cardinaux, d'autres points que l'on nomme *collateraux*, ce sont les quatre points qui tiennent le milieu de chaque intervalle entre deux points cardinaux voisins, ils s'appellent le *nord est* le *nord-ouest* le *sud est* le *sud ouest* Si, en plein midi, je me tourne vers le *nord* j'aurai devant mon œil droit le *nord-est* etc

Entre chaque point cardinal et chaque point collatéral, il existe encore d'autres points qui s'appellent *intermédiaires* Ces points, au nombre de huit, sont le *nord-nord-est* l'*est nord-est* etc

Enfin, entre chacun des points sus-mentionnés et le point le plus voisin il en existe encore d'autres qu'on appelle *petits points* et qui doivent être au nombre de seize ce sont le *nord-quart-nord-est* etc

§ 2

Orientations spéciales

On dit que le prêtre s'oriente vers l'Est, le poète, vers l'Ouest, l'astronome, vers le Sud, et le géographe, vers le Nord La raison de ceci qui, après tout, ne peut être que très-petite, se tire sans doute du rapport, plus ou moins sensible, que l'on pourrait voir entre ces points favoris, et les

occupations propres de chacun de ces personnages. Ainsi, le prêtre, à la vue du soleil qui, à son lever, chasse les ténèbres et éclaire le monde, trouve l'image de Jésus-Christ qui dissipe les ténèbres des vices et établit les lumières de la vertu. Le poète, dans ses récits dramatiques et trajédiques, s'inspire sans doute à la vue des tableaux mélancoliques et si variés qui le frappent au moment de la chute du jour. Le géographe a besoin de ramener au pôle nord, qu'il ne peut, pour cette raison, perdre de vue, tous les lieux qu'il considère à la surface du globe; et l'astronome, dans le placement des astres, doit, le plus souvent, se baser sur le temps, lequel se compte toujours du moment où le soleil est dans le méridien. Ce sont sans doute ces idées qu'on a voulu exprimer par les quatre vers suivants :

Le prêtre s'oriente en regardant vers l'Est;
Le poète, au contraire, a les yeux vers l'Ouest;
Le géographe au nord ramène tous les lieux,
Et l'astronome au sud fait commencer les cieux.

ARTICLE 2.

ORIENTATION CÉLESTE.

Il est essentiel de faire ici remarquer que pour comprendre le langage de certains astronomes, il faut être ***orienté***. Quand ils disent, par exemple, que les planètes tournent autour du soleil, d'Orient en Occident, que les planètes tournent en même temps sur elles-mêmes d'Occident en Orient, peut-on comprendre ce que cette manière de s'exprimer signifie, si l'on n'est bien *orienté*? Il est vrai que l'astronome est toujours assuré d'avoir les yeux du côté du soleil; mais même, dans cette supposition, comprend-on bien où est alors l'Orient et l'Occident?

Il faut donc, pour bien comprendre la direction des mouvements des planètes, que l'observateur se suppose placé au centre du soleil. En regardant du côté d'une planète quelconque, il verrait alors le centre de cette planète aller de sa droite vers sa gauche, et cette direction est celle du mouvement de translation. Ce serait le contraire pour le mouvement de rotation de la planète, et il remarquerait que, pour sa position, chaque point de l'équateur de cet astre, quitte la gauche pour aller vers la droite.

Se supposant au centre d'une planète qui a des satellites, l'observateur verrait ces derniers exécuter dans le même sens, leur mouvement de translation. Quant au mouvement de rotation, les satellites n'en ont pas.

CHAPITRE VII.

ARCS.

1.° Terrestres; 2.° célestes.

ARTICLE PREMIER.

ARCS TERRESTRES.

1.° LATITUDE; 2.° LONGITUDE.

§ 1.er

Latitude.

La latitude d'un lieu est la distance qu'il y a, en partant de l'équateur, jusqu'à ce lieu exprimée, non point en lieues, mais en degrés, minutes, secondes, etc.

Il y a donc la latitude *septentrionale* et la latitude *méridionale*.
La première est la *distance* à partir de l'équateur jusqu'à un lieu désigné prise dans l'hémisphère nord ; la seconde est la *distance* à partir de l'équateur jusqu'à un lieu désigné, prise dans l'hémisphère sud. La première se marque par un *N* et la seconde par un *S*. Ainsi quand on dit que *Paris* par exemple a 48°50 N, cela signifie que cette ville est éloignée de l'équateur de 48 degrés 50 minutes dans l'hémisphère nord. *Lille* a de latitude 50 38 44″ N.

Il faut remarquer que la *latitude* se prend toujours en partant de l'équateur où l'on commence à compter 0° et en allant vers les pôles où l'on compte 90°.

Il suit de là que les pays situés dans la ligne équatoriale n'ont aucune *latitude* puisqu'ils se trouvent au point de départ ; qu'au contraire les deux pôles sont les deux points ayant la plus grande *latitude* puisqu'ils sont les plus éloignés de l'équateur. Les pays qui tiennent le juste milieu entre ce cercle et le pôle ont une *latitude* de 45 degrés, et telles sont dans l'hémisphère nord, les villes de *Bordeaux*, *Sarlat*, *Aurillac*, *Le Puy*, *Valence*, *Briançon*, *Turin*, *Casale*, *Plaisance*, *Mantoue*, *Rovigo*, les *Bouches du Pô* ; en Asie, *Astracan*, *la Tartarie chinoise*, *la terre d'Yesso* (Lallande).

§ 2

1 Longitude terrestre ; 2 observations

N° 1

Longitude terrestre

La *longitude* d'un lieu est la *distance* depuis le premier méridien jusqu'à ce lieu, comptée dans le sens de l'équateur ou des parallèles, et exprimée en degrés, minutes, secondes, etc.

Le *premier méridien* n'est qu'un méridien ordinaire qu'on a choisi à volonté, et duquel comme point de départ, on commence à compter les *longitudes* dans le sens de l'équateur ou des parallèles.

Le *premier méridien* a longtemps été pour les Français celui qui passe à l'île de Fer, la plus occidentale des Canaries (1). On comptait alors les *longitudes* d'Occident en Orient à partir de cette île, et l'on pouvait ainsi aller jusqu'à 360° en faisant le tour entier du globe.

Mais depuis quelques années, les Français prennent pour *premier méridien* celui passé par l'Observatoire de Paris, et en même temps ils distinguent deux sortes de *longitudes* : l'une *orientale*, l'autre *occidentale*, comptant ainsi de chaque côté de ce même méridien, la moitié de la circon-

---

(1) Il avait plu à l'astronome Ptolémée et à ceux qui l'ont suivi de faire passer le *premier méridien* par cette île, et cette position avait même été adoptée en France, d'après l'avis des plus habiles géographes, par une ordonnance de Louis XIII, roi de France, datée du 25 Avril 1634. Plus tard cependant l'Académie des Sciences de Paris commença à compter les longitudes en partant de l'Observatoire de cette capitale, à cause des nombreuses observations astronomiques qu'on y faisait continuellement ; et c'est ce dernier méridien ou point de départ qui, à l'époque de la Révolution française, finit par être adopté et qui depuis a continué d'être suivi par les géographes.

férence du globe, c'est-à-dire jusqu'à 180° de *longitude*. La premiere se marque par un *E* (Est), et la seconde par un *O* (Ouest). Ainsi l'on dira que *Lyon*, par exemple, a de *longitude* 2°30′*E*, en comptant celle-ci du méridien de Paris.

Les nations étrangères (1), telles que l'Angleterre, l'Allemagne, etc., ont suivi cette méthode française, et ont adopté chacune un premier méridien qui passe par l'Observatoire de leur capitale ou de l'une de leurs principales villes; mais en cela, elles n'ont pas été plus sages que la France, et c'est ce que nous allons voir par les observations suivantes.

N.° 2.

Observations.

Un *premier méridien* étant une fois fixé pour un lieu, par exemple pour la France, si l'on suppose, comme cela existe, qu'il y a sur les côtés de ce méridien, une longitude *orientale* et une longitude *occidentale*, il faut nécessairement qu'en deçà et au delà de ce méridien prolongé jusque sous terre, une date change, c'est-à-dire, diminue ou augmente d'un jour selon que l'on traverse ce méridien inférieur en allant de l'est à l'ouest, ou de l'ouest à l'est, puisque si le voyageur négligeait de faire ce changement à son calendrier, il s'ensuivrait que la date qui, après la traversée de cette ligne inférieure, continuerait d'être suivie, ne serait plus la même que celle qui est comptée en France, et par conséquent, serait fausse. Ceci a été senti par les voyageurs qui, naguère montés sur le vaisseau la *Vénus*, et faisant le tour du globe (2), durent traverser, tantôt de l'est à l'ouest et tantôt de l'ouest à l'est, le méridien inférieur de Paris; ils n'ont pas manqué, attentifs à cette observation, de diminuer ou d'augmenter, chaque jour, la date de leur calendrier ou plutôt du calendrier de Paris, persuadés que, sans cette précaution, leur date n'eût plus été celle de la France, et par conséquent, fût restée inexacte.

Laissons encore notre premier méridien fixé pour un lieu, soit pour la France, et de plus, d'après l'usage reçu aujourd'hui, supposons qu'il passe par la capitale du royaume ou par l'Observatoire de Paris, que s'ensuit-il maintenant? C'est que le méridien inférieur, étant le prolongement de celui-ci, a nécessairement sa ligne tracée sur la surface du globe, et qu'il peut se faire, comme en effet il arrive à presque tous les *premiers méridiens*, qui se multiplient aujourd'hui autant que les royaumes, que, dans son trajet d'un pôle à l'autre sous la terre, il doive traverser un continent dans toute son étendue, et laisser ainsi, sur toute la longueur de son passage, des royaumes, des villes, des villages même, de chaque côté de sa ligne; or, d'après ce qui a été dit plus haut, ne faut-il pas, dans ce cas, que deux royaumes, deux villes, deux villages, ne comptent plus la même

(1) Les Francais prennent pour *premier méridien* celui de Paris, c'est-à-dire celui qui passe par le zénith de l'Observatoire de cette ville; de même les Allemands prennent celui de Vienne; les Espagnols, celui de Cadix; les Hollandais, celui de Batavia; les Anglais, celui de Greenwick; les Suédois, celui de Stockholm; les Portugais, celui de Del-Corvo (une des îles de l'Océan Atlantique, nommées Açores); les Russes, celui de Moscou, etc.

(2) Voyez l'ouvrage intitulé : *Voyage autour du Monde sur la frégate la Vénus*, tome 10, pages 163, 175, 252.

date et soient, dans leur calendrier, en différence d'un jour en plus d'un coté de ce méridien, en moins de l'autre ?

Certes c'est deja là un inconvénient grave, qui devrait suffire pour abandonner l'usage où sont aujourd'hui toutes les nations, de se choisir chacune un premier meridien, et qui devrait porter les savants a n'adopter, pour toute la terre, qu'un seul *premier meridien*, mais cet inconvénient n'est pas le seul N'est-ce pas, en effet, encore la fixation du premier méridien à l'Observatoire de Paris qui se trouve accusable de l'erreur qui se remarque à *Taiti* et a *Manille* (1) dans le quantième du mois, ou, chez l'un la date du mois qui y est suivie, devance la notre d'un jour, tandis que chez l'autre a *Manille* elle est, au contraire, en arriere d'un jour sur la notre? Les missionnaires, qui sont allés porter dans ce pays le calendrier gregorien n'ont pas eu la précaution de faire a leur date le changement voulu (2) et voila ce qui en est résulté (3)

Combien d'autres consequences des plus bizarres peuvent encore resulter de la même cause dans la celebration des fêtes, dans la récitation des offices canoniques, dans l'inscription des papiers, dans le compte-rendu des voyages, evenements, etc

Il serait donc mieux d'etablir *un premier meridien* 1° qui, dans toute son etendue, ne traversât aucun continent, afin de ne troubler chez les peuples ni leurs coutumes ni leurs usages, ni leurs dates, qui par consequent, fût placé au sein des mers, totalement en dehors des terres habitables 2° dont la fixation fut la meme pour toutes les nations et également commode a tous les habitants du globe 3° dont la traversee imposât l'obligation de proceder a un changement absolu de date, de corriger son calendrier de sauter, par conséquent, d'un office canonique a un autre n'importe a quelle heure et a quel moment du jour, suivant que l'on marche vers l'ouest ou vers l'est et cela sous peine de porter avec soi un faux quantieme, et de s'exposer a toutes les consequences qui en resultent, 4° sur lequel enfin on comptât les longitudes depuis 0° jusqu'a 360°, afin de ne trouver de difference d'un jour dans les dates que sous la ligne même de ce meridien

Or un pareil meridien existe c'est le meridien *liturgique* Il passe entre l'extremite occidentale du nouveau continent ou de l'Amerique, et l'extremite orientale de l'ancien, c'est-a-dire de l'Asie, dans le detroit qui separe ces deux continents Ce meridien se trouve donc a l'occident de Paris a 17° 58′ 15″, sur le minime écart de 0° 7′ 47″ a l'ouest des antipodes de la capitale du catholicisme Il reunit tous les avantages dont nous venons de parler, plus celui d'aller d'un pole a l'autre sans même traverser aucune des îles nombreuses de l'Océanie, laissant ainsi chacune de ces îles se rattacher par son meridien particulier, a l'un ou a l'autre des deux continents susdits

---

(1) Annales de la Propagation de la Foi, tome 9 page 201

(2) Annuaire des Voyages et de la Geographie pour l'an 1845 page 26[illegible]

(3) Cette imprécaution de la part des missionnaires n'etait pas involontaire leur intention etait de se conformer au meridien liturgique dont il sera parlé plus bas L'inconvenient signalé n'etait donc attribuable qu'a la fixation peu rationnelle du premier meridien francais

ARTICLE 2.

ARCS CÉLESTES.

1.° ASCENSION DROITE ET DÉCLINAISON ; 2.° LONGITUDE ET LATITUDE ; 3.° VERTICAUX ET HORAIRES ; 4.° AMPLITUDE ET AZIMUT ; 5.° SIGNES DE L'ÉCLIPTIQUE ; 6.° HAUTEUR DES ASTRES ; 7.° PARALLAXE.

§ 1.er

Ascension droite et déclinaison.

1.o L'*Ascension droite* du soleil ou d'une étoile, est l'arc de l'équateur, compris entre l'équinoxe du printemps et le point où l'astre se trouve dans l'écliptique ramené sur l'équateur ;

2.o La *déclinaison* d'un astre est l'arc, pris sur le méridien entre l'équateur et le point de ce méridien où se trouve cet astre.

§ 2.

Longitude et latitude.

1.o La *longitude* d'un astre est l'arc de l'écliptique ou d'un parallèle de l'écliptique, compris entre le point Ariès (point de l'équinoxe du printemps, où l'équateur coupe l'écliptique, jusqu'à l'astre en question.) Cet arc ramené à l'équateur constitue l'*ascension droite*.

2.° La *latitude* d'un astre se compte en partant de l'écliptique, sur l'un des quadrants qui sont supposés tomber perpendiculairement sur ce même cercle et aller aboutir à son pôle.

§ 3.

Verticaux et horaires.

1.° Les *verticaux* sont des arcs partant du zénith de l'observateur et tombant perpendiculairement sur l'horizon au-dessous duquel ils se prolongent indéfiniment, même jusqu'au nadir. Les arcs ou cercles verticaux servent à marquer les hauteurs des astres qui se trouvent élevés au-dessus de l'horizon, car la hauteur d'un astre se mesure par l'arc du cercle vertical compris entre l'astre et l'horizon. Au contraire, l'arc vertical compris entre le zénith et l'astre, se nomme distance zénithale. On se sert encore des verticaux pour indiquer l'azimut sur l'horizon.

2.° Les *arcs horaires* sont douze quadrants qui, partant des pôles du monde, viennent diviser l'équateur et les parallèles en 24 parties égales, de 15 degrés chacune, qui font les 24 heures du jour astronomique. Ces arcs sont de véritables méridiens.

Outre ces douze quadrants, il faut encore en imaginer une infinité d'autres pour déterminer les fractions d'heure, telles que les demi-heures, les quarts-d'heure, les minutes, les secondes, etc.

§ 4.

Amplitude et azimut.

1.° L'*amplitude* du soleil ou d'un astre est l'arc de l'horizon, compris entre le vrai point de l'orient ou de l'occident et le centre de cet astre à l'instant où celui-ci perce l'horizon. L'amplitude est *ortive* ou *occase*, selon qu'elle se rapporte au lever ou au coucher de l'astre en question ; elle est

septentrionale ou méridionale selon qu'elle se prend dans un hémisphère ou dans l'autre.

2.° L'*azimut* d'un astre est l'arc de l'horizon compris entre le point *sud* et le point de ce même cercle où vient tomber le vertical qui passe par le centre de cet astre, quelle que soit la hauteur de celui-ci au-dessus de de l'horizon. L'*azimut* ainsi considéré peut donc se compter jusqu'à 180°, c'est-à-dire depuis le point *sud* jusqu'au point *nord*; et si alors on longe l'horizon du côté de l'*est*, l'*azimut* s'appelle *oriental*; on le nomme *occiden-tal* si l'on passe par le point *ouest*. On a préféré d'adopter le point sud comme point de départ pour compter l'arc azimutal des astres, parce qu'on est ordinairement tourné vers ce point dans les observations astronomiques.

§ 5.

Signes de l'écliptique.

1.° Les *signes de l'écliptique*, appelés communément *signes du zodiaque*, sont douze portions égales qui partagent toute la longueur du cercle de l'écliptique, ayant par conséquent chacun 30°.

Le premier et le septième de ces signes commencent aux nœuds du printemps et de l'automne, où l'équateur et l'écliptique se coupent mutuellement; le quatrième et le dixième, aux points solsticiaux de l'été et de l'hiver, où ces deux cercles s'écartent le plus, etc.

Les douze signes ensemble constituent quatre séries chacune de trois signes correspondant à chaque saison. On peut rapporter tous ces signes avec les saisons à chacune desquelles ils correspondent, par les quatre mauvais vers suivants:

Bélier, Taureau, Gémeaux nous donnent le printemps,
Cancer, Léopard, Vierge échauffent notre été,
Balance, Hydre, Guerrier tempèrent notre automne,
Chèvre, Verseau, Poissons rendent froid notre hiver.

De tous ces douze signes, les six premiers se trouvant placés sur la demi-circonférence septentrionale de l'écliptique, s'appellent ordinairement *septen-trionaux*.

Les six suivants, attachés à la partie méridionale, se nomment *méridio-naux*. Le soleil est un peu plus longtemps à parcourir les premiers que ceux-ci: c'est pourquoi le printemps et l'été pris ensemble sont plus longs que l'automne et l'hiver. La différence est d'environ sept jours. (Voyez Saisons, chap. 8, art. 2.)

Nous ferons ici avec plusieurs auteurs une observation assez intéressante; c'est qu'on ne devrait plus conserver, comme on le fait encore, aux signes de l'écliptique, les mêmes dénominations qui sont données aux constellations zodiacales. Anciennement, environ trois siècles avant Jésus-Christ, ces signes correspondaient, il est vrai, dans le ciel aux mêmes groupes d'étoiles, et il était permis alors de confondre les premiers avec les derniers par les mêmes noms aussi bien que par les mêmes calculs; mais aujourd'hui il n'en est plus de même, et l'on peut dire que, par suite du déplacement dit la précession des équinoxes, qui, pendant ce long intervalle, à raison d'un petit arc égal à 50′ un dixième par an, a reporté depuis lors le point du Bélier à la place de celui des Poissons, ces signes sont loin de correspondre encore aux constellations du même nom. De là, il résulte nécessairement une confusion dans les termes, et cette confusion peut à son tour en amener

une autre dans certains calculs qui ont rapport à l'écliptique. Ce serait donc mieux selon nous de convenir que désormais on laissera aux constellations les noms usités, et que l'on adoptera, pour ceux des signes de l'écliptique, les noms si convenables donnés naguère à nos mois, par la république française, de ***Germinal, Floréal, Prairial,*** etc.

Nous allons mettre ici sous les yeux du lecteur une table qui rappellera tout ce que nous venons de dire des signes du zodiaque :

SAISONS.	NOMS		CARACTÈRES.	COMMENCEMENT de chaque saison.	DURÉE de chaque saison.
	ANCIENS.	NOUVEAUX.			jours h. m.
Printemps	Le Bélier	Germinal ...	♈	21 Mars	92—21—36
	Le Taureau ...	Floréal	♉	20 Avril.. ..	
	Les Gémeaux..	Prairial.....	♊	21 Mai	
Été	Le Cancer	Messidor....	♋	22 Juin......	93—13—44
	Le Lion......	Thermidor ..	♌	23 Juillet ...	
	La Vierge.....	Fructidor ...	♍	23 Août.....	
Automne.	La Balance....	Vendemiaire .	♎	23 Septembre	91—16—56
	Le Scorpion...	Brumaire....	♏	24 Octobre ..	
	Le Sagittaire .	Frimaire ...	♐	23 Novembre	
Hiver....	Le Capricorne .	Nivose......	♑	22 Décembre	89—01—33
	Le Verseau....	Pluviose.....	♒	20 Janvier ..	
	Les Poissons..	Ventose.....	♓	19 Février ..	

§ 6.

Hauteur des astres.

C'est l'arc vertical compris entre l'horizon et cet astre. Quand on prend cette hauteur en partant du zénith pour descendre jusqu'à l'astre, alors la hauteur de celui-ci se nomme *zénithale ;* on l'appelle *méridienne*, quand cet astre se trouve dans le plan du méridien, et partant, cette hauteur se mesure par l'arc du méridien compris entre le même astre et l'horizon.

§ 7.

Parallaxe.

C'est l'angle sous lequel, du centre d'un astre, par exemple, du soleil, on verrait le diamètre de la terre. On fait suivre, dans le langage, ce nom de celui de l'astre où est placé l'observateur. Ainsi, on dit : ***Parallaxe du soleil,*** pour dire l'angle sous lequel un observateur, placé au centre du soleil, verrait le diamètre de la terre ; *parallaxe de la lune*, etc. (Voyez prob. 19, 20, 21, 22, 23, 24.)

CHAPITRE VIII

TEMPS

Le soleil étant l objet le plus frappant de l univers entier a été pris dans tous les siecles et chez tous les peuples du monde pour la mesure naturelle du temps c est lui qui, par ses diverses apparitions, fait les *annees*, les *saisons*, les *jours*

ARTICLE PREMIER

ANNEE

Par ce mot, pris ainsi dans un sens général, on peut entendre la durée du temps qu emploie un astre a tourner autour d un point central

On pourrait donc, rigoureusement parlant, appliquer ce mot aux revolutions de toutes les planetes autour du soleil, a celles des satellites autour de leurs planetes, etc Cependant, dans le langage ordinaire ce mot n est usité que pour signifier la duree de la revolution de la terre

L *annee* en general, se distingue en *civile* en *religieuse* en *astronomique*

1 ° L annee *civile* est celle sur laquelle on se regle dans les usages ordinaires de la vie pour indiquer les dates, fixer les époques, etc

Elle se compose de 365 jours, et tous les quatre ans de 366 jours, par l addition d un jour que l on fait au mois de Fevrier On est convenu d ajouter ainsi un jour a l annee *civile* toutes les fois que son millesime peut, sans reste, se diviser par 4, et alors l annee s appelle *bissextile* Ainsi, les annees 1841, 1843, etc, ne l ont pas ete

Dans les annees seculaires, il faut, pour que l annee soit bissextile, que les chiffres positifs du millesime puissent seuls, donner exactement cette division d ou il suit que les annees seculaires 800, 1200, 1600, etc, ont ete bissextiles, et non pas 1300 1500, 1700, etc

L annee *civile* et tous les jours de l annee commencent a minuit precis, epoque ou le soleil se trouve au meridien inferieur

Le premier jour de l annee *civile* est fixe, parmi nous, au 1er Janvier par une ordonnance de Charles IX, de 1564 Ce premier jour est determine par l equinoxe du printemps, qui, d apres la reforme gregorienne est toujours le 79 me ou le 80 me jour de l année, a partir du 1 er Janvier

Avant cette ordonnance de Charles IX, le commencement de l annee *civile* avait lieu a Pâque, et, dans quelques provinces, a l Annonciation ou au 25 Mars, ce qui etait mieux vu, puisque c etait une epoque fixe Et encore auparavant, c etait a la fête de Noel

Sous la premiere Republique française, l origine de l annee *civile* était fixee a l equinoxe d automne, et déterminee, chaque fois, par une loi, d apres l epoque de l *equinoxe vrai*

Les Grecs commençaient l annee au mois de Septembre, les Romains, sous Romulus, au 1 er Mars, et depuis Numa, au 1 er Janvier

2 ° L année *religieuse* est celle que suit l Eglise romaine et toutes les eglises catholiques, dans ses rites, ses offices ses solennites, etc

Cette annee a invariablement son commencement fixe au premier dimanche d Avent

Elle se compose de quatre grandes parties; ce sont : 1.° le temps de l'Avent jusqu'au Carême ; 2.° le temps du Carême jusqu'à Pâques ; 3.° le temps pascal jusqu'à la Pentecôte ; 4.° le temps qui suit la Pentecôte jusqu'à l'Avent.

3.° L'année *astronomique* est celle que calculent les astronomes et qui est précisée par le cours même des astres.

Elle se divise : 1.° en *sidérale*, 2.° *tropique*, 3.° *anomalistique*, etc.

L'année *siderale* est celle qui ramène le centre de la terre vis-à-vis la même étoile. Sa durée, d'après Pantecoulant (Précis d'Astron. N.° 40), est égale à 365 jours 2563744417, ou 365 jours, 6 h. 9'10"7496. (V. prob. 1.)

L'année *tropique* est l'intervalle de temps que met la terre à revenir au même équinoxe ou au même solstice. Elle est de 365 j. 24222013, ou encore de 365 j. 5 h. 48'47"819 (Voyez Pantecoulant, N.° 31).

L'année *anomalistique* est l'intervalle que met la terre à revenir au point aphélie de son ellipse. Cette année se compose de 365 jours 6 heures 13 minutes 54 secondes 665, ou de 365 j. 25,966,046.

Voici enfin le tableau de la durée de toutes les différentes années *astronomiques*.

Année tropique	= 365 j. 5 h. 48'47"65	=	365 j. 2422181.
Année sidérale	= 365 j. 6 h. 9'10"75	=	365 j. 2563744.
Année anomalistique	= 365 j. 6 h. 13'53"50	=	365 j. 2596470.

ARTICLE 2.

SAISONS.

Par ce mot, on entend les quatre parties de l'année, savoir : 1.° le *Printemps* qui commence au moment où le soleil arrive au point équinoxial du *Bélier*; 2.° l'*Été*, qui commence au moment où le soleil arrive au solstice *du Cancer*; 3.° l'*Automne*, qui commence à l'équinoxe de la *Balance*; 4.° l'*Hiver*, qui commence au solstice du *Capricorne*.

La durée de ces quatre saisons dépend de l'arc de l'orbite terrestre qui n'est pas circulaire, mais elliptique, et n'est pas la même pour chacune d'elles. Voici la durée de chacune de ces quatre saisons :

Durée du Printemps,	92 jours	20 heures	59 minutes.	
Durée de l'Été,	93 —	14 —	13 —	
Durée de l'Automne,	89 —	17 —	35 —	
Durée de l'Hiver,	89 —	1 —	2 —	

ARTICLE 3.

JOUR.

Le *jour*, pris ainsi dans un sens général, est un espace de temps plus ou ou moins long, que l'on considère comme l'unité par rapport à la semaine, au mois, à l'année. C'est ainsi que l'on dit que la semaine se compose de sept *jours*, le mois de trente *jours*, l'année de 365 *jours*, etc.

On distingue le jour *naturel*, le jour *civil*, le jour *usuel*, le jour *astronomique*.

1.° Le jour *naturel* est celui pendant lequel le soleil se tient au-dessus de l'horizon. Ce jour est donc plus ou moins long aux différentes saisons de l'année, selon que le soleil décrit un arc diurne plus ou moins grand.

Le *jour* et la *nuit* sont les résultats du mouvement de la rotation de la terre. Quand pour chaque habitant du globe, le soleil se trouve au-dessus de son horizon dans l'hémisphère supérieur, il fait *jour* pour lui, et quand, au contraire, le soleil passe sous son horizon et se trouve dans l'hémisphère inférieur, il fait *nuit*.

Il est à propos de faire ici quelques remarques concernant la durée du *jour naturel* relativement à la durée de la *nuit*. Les remarques qui vont être faites regardent tous les pays.

On peut dire en général :

1° Que la durée de la *nuit* pour tous les lieux de la terre et pour toutes les époques de l'année, est toujours le complément du *jour naturel* à vingt-quatre heures, sur le même parallèle. Si donc le soleil est sur l'horizon, pendant quinze heures, pour un lieu donné et une époque fixée, la *nuit* aura alors 24 — 15 = 9 heures de durée.

2° Que, pour un même parallèle, quelle que soit sa distance de l'équateur, les deux *jours* qui se trouvent également éloignés de l'un des solstices, ont une durée égale. Ainsi le 1^er^ Juin et le 10 Juillet dont l'un précède et l'autre suit le solstice d'été à la distance de 20 jours, ont la même durée, etc.

3° Que deux *jours* également distants de l'un des équinoxes, sont d'égale durée, chacun pour son parallèle et chacun pour une époque respectivement la même. Ainsi, sous le tropique d'été, le *jour* est égal, en durée, à celui qui a lieu, six mois plus tard, sous le tropique d'hiver, etc.

4° Que si, pour un même parallèle, on choisit deux dates qui soient à égales distances de l'un des équinoxes, l'une de ces dates aura le *jour* d'une durée égale à la durée de la *nuit* de l'autre date, et réciproquement. Ainsi, par exemple, soit le 1^er^ Mars et le 20 Avril, dates également distantes de l'équinoxe du printemps, le *jour* du 1^er^ Mars durera aussi longtemps que la *nuit* du 20 Avril, et réciproquement.

2° Le jour *civil* est celui que l'on compte toujours de 24 heures ; il n'est jamais ni plus long ni plus court. On est convenu de le faire commencer à minuit et finir à minuit.

3° Le jour *usuel* est celui qui sert particulièrement à régler les travaux ; on le fait ordinairement commencer au lever et finir au coucher du soleil ; mais ces limites ne sont pas partout observées, ni les mêmes pour tous les peuples.

4° Le jour *astronomique* est celui qui se limite d'après le cours des astres, et celui-ci se distingue à son tour en jour *sidéral* et en jour *solaire*.

Le jour *sidéral* est la durée du temps que met la terre à ramener, après une rotation, vis-à-vis la même étoile, le même point de son équateur. La durée de ce jour est un peu plus courte que celle du jour *solaire*, et la différence est de 3′56″,4619 (Voyez probl. 5).

Le jour *solaire* est la durée de temps que la terre emploie à ramener, après avoir fait un tour sur elle-même, le même point de son équateur, ou ce qui est la même chose, le même méridien vis-à-vis le soleil. On fait ordinairement la durée de ce jour égale à 1 ou à 24 heures pleines de temps moyen (Voyez prob. 1 et 5).

Nous ferons remarquer que toutes les planètes ont leur *jour solaire* particulier et que la durée de celui-ci est différente pour chacun de ces astres, par la raison

que chacun d'eux met un temps plus ou moins long, mais différent, à tourner sur soi-même.

Le jour *solaire* se divise en jour *vrai* et en jour *moyen*.

Le jour *moyen* est celui qu'indique une horloge bien réglée, c'est-à-dire qui est supposée ne jamais se déranger depuis le 1.er Janvier, à minuit, jusqu'au 31 Décembre, à minuit. Tous ces jours sont égaux entre eux depuis le commencement de l'année jusqu'à la fin, et sont, chacun, de 24 heures

Le jour *vrai* est la durée de temps que met le soleil à parcourir son cercle diurne, c'est-à-dire à revenir au même méridien.

Nous ferons remarquer que les jours *vrais* ne sont pas égaux entre eux pendant tout le cours d'une année, mais qu'ils sont tantôt plus longs, tantôt plus courts', que 24 heures.

La différence peut aller jusqu'à 14′32″ en plus, et ceci a lieu vers la mi-Février, et jusqu'à 16′58″, et ceci arrive vers la fin d'Octobre. Ces différences, en plus et en moins, arrivent encore, mais ne sont plus si grandes, vers la fin de Juillet et vers la mi-Mai.

Pour se rendre raison de ce fait, on remarquera que le soleil décrit dans un jour *sidéral*, un arc de 61′ au commencement de Janvier, et seulement de 57′ au commencement de Juillet. Cette cause suffirait donc seule pour produire les inégalités des jours *solaire, vrai*. Mais cette inégalité subsisterait encore quand même le soleil décrirait uniformément l'écliptique, parce que cette courbe étant oblique à l'équateur, les méridiens célestes qui la partagent en parties égales, n'intercepteraient pas, sur l'équateur, des arcs égaux, ces parties étant différemment inclnées à l'égard de ce dernier plan.

CHAPITRE IX.

CALCUL.

1.° Différence ; 2.° complément ; 3.° logarithmes : 4.° produit.

ARTICLE PREMIER.

DIFFÉRENCE.

1.° *arithmétique ;* 2.° *géométrique.*

1.° La différence arithmétique de deux nombres donnés, est ce qui résulte de la soustraction de l'un par l'autre. La différence arithmétique des deux nombres 17 et 15, est 2 ; celle des deux nombres 43 et 12, est 31, etc.

2.° La différence géométrique de deux nombres donnés, est le quotient qui résulte de la division de l'un par l'autre. Ainsi, la différence géométrique des deux nombres 25 et 5 est 5, ou $\frac{25}{5} = 5$; celle des deux nombres 6 et 2 est 3, ou $\frac{6}{2} = 3$, etc.

ARTICLE 2.

COMPLÉMENT.

1.° *arithmétique ;* 2.° *géométrique*

1.° Par *complément arithmétique*, on entend ce qui manque à un nombre donné, pour être égal au décuple immédiatement plus élevé. Ainsi, le *complément arithmétique* de 4 est 6 ; celui de 46 est 54 ; celui de 186 est 814.,

2.° Par *complément géométrique*, on entend le quotient qui résulte de la

division du décuple immédiatement plus élevé par un nombre donné Ainsi le *complément géométrique* de 5 est 2 ou $\frac{10}{5} = 2$ celui de 25 est 4 ou $\frac{100}{25} = 4$ celui de 125 est 8 ou $\frac{1000}{125} = 8$ etc

Nous ferons ici remarquer que le *complément arithmétique* des logarithmes amène le *complément géométrique* chez les nombres correspondants par la raison que soustraire les premiers, c est en même temps diviser les seconds et que additionner ces nombres artificiels c est aussi multiplier leurs nombres naturels (Voyez du reste, l art suivant)

Nous avons cru devoir prévenir le lecteur de ceci, parce que dans les problèmes que nous rapporterons plus bas et où nous emploierons le calcul logarithmique, nous aurons bien des fois occasion de chercher de pareils *compléments*

ARTICLE 3

LOGARITHMES

1° *Nature* 2° *règles* 3° *observations*

§ 1er

Nature des logarithmes

Ce sont des nombres artificiels qui correspondent aux nombres réels, et qui sont, entre eux, en progression arithmétique, tandis que les nombres réels auxquels ils correspondent sont calculés pour se retrouver, entre eux, en progression géométrique de manière qu en opérant sur les logarithmes par simple addition ou par simple soustraction, on opère en même temps sur les nombres réels qui leur correspondent, par multiplication et par division

On distingue dans les logarithmes, la *caractéristique* et la *fraction décimale*

La *caractéristique* du logarithme est cette partie placée à gauche, qui est séparée par un point de la fraction décimale La *caractérisque* sert à indiquer l entier dans le nombre que les logarithmes représentent Dans tous les logarithmes représentant des nombres qui n ont, aux entiers qu une figure ou un chiffre positif, la *caractéristique* s indique par un zéro, dans tous ceux qui correspondent à des nombres ayant aux entiers deux figures la *caractéristique* se représente par l unité, etc Après 100 jusqu à 1000 c est par 2 depuis 1000 jusqu à 10000 c est par 3, et ainsi de suite en augmentant toujours la *caractéristique* d une unité, à mesure que le nombre correspondant se multiplie par 10

Au contraire cette *caractéristique* diminuerait d une unité à mesure que le nombre correspondant au logarithme donné, serait divisé par 10, et c est ce qui fait que cette *caractéristique* deviendrait *moins un moins deux* etc Si le nombre naturel correspondant n avait, sans entier positif, que des dixièmes centièmes on est convenu de mettre le signe *moins* devant elle afin d indiquer cette disposition

La *partie décimale* d un logarithme est cette série de chiffres qui suit la caractéristique et qui se compose de plus ou moins de chiffres On cherche le chiffres qui forment cette partie du logarithme dans les tables et on trouve vis à vis ces chiffres le nombre naturel que le logarithme représente

Nous ne voulons pas faire ici un traité de logarithmes, c est pourquoi nous renvoyons le lecteur pour le reste, aux livres qui en parlent Cependant nous voulons ajouter quelques petites choses à ce que nous venons de dire afin qu on ne soit pas embarrassé en lisant nos problèmes

§ 2.

Règles des logarithmes.

Il est plusieurs règles à observer dans le calcul des logarithmes, et ces règles regardent ou la *partie décimale* des logarithmes ou leurs *caractéristiques.*

DEUX RÈGLES CONCERNANT LA PARTIE DÉCIMALE DES LOGARITHMES.

1.re Toutes les fois que l'on veut multiplier, entre eux, les nombres corres pondants a deux, trois ou plusieurs logarithmes donnés, il faut additionner entre elles les *parties décimales* de tous ces logarithmes, et la somme résultante est la *partie décimale* du logarithme qui doit représenter le produit.

2.e Toutes les fois que l'on veut diviser un nombre par un autre, l'un et l'autre representés par des logarithmes, il faut, au contraire, soustraire la *partie décimale* du logarithme qui représente le diviseur, de la *partie décimale* du logarithme qui représente le dividende, et le reste doit faire la *partie décimale* du logarithme qui correspond au quotient.

DEUX AUTRES RÈGLES CONCERNANT LES CARACTÉRISTIQUES DES LOGARITHMES.

1.re Dans les deux opérations précédentes, on additionne ou l'on soustrait les *caractérisques* comme les *décimales*, quand ces *caractéristiques* sont de mêmes signes, c'est-à-dire toutes positives ou toutes négatives.

2.e Quand les *caractéristiques* sont des signes contraires, c'est-à-dire l'un positif, l'autre négatif, il faut alors faire sur elles l'application contraire à celle qu'on a faite sur les *décimales*, c'est-à-dire la soustraction si l'on a additionné les *décimales*, et l'addition si l'on a soustrait ces dernières.

Il faut cependant remarquer que dans ce dernier cas, l'on doit tenir compte, sur les *caractéristiques*, du report qui peut leur revenir par suite de l'addition faite sur les *décimales* ou de l'emprunt fait sur elles par suite de la soustraction faite sur ces dernières.

Il faut aussi, dans ces deux derniers cas, d'abord que, dans l'addition des *caractéristiques* de signes contraires, leur somme porte toujours le signe du soustrayande, c'est-à-dire de la *caractéristique* du logarithme dont la *partie decimale* a servi de soustrayande ; ensuite que, dans la soustraction de ces mêmes *caractéristiques* de signes contraires, la plus haute des deux *caractéristiques*, quel que soit son signe, serve de soustrayande à l'autre qui devient alors soustracteur.

Tous les calculs possibles, même des fractions ordinaires, sont renfermés dans ces regles.

§ 3.

Observations

Le calcul des logarithmes est celui que nous avons adopté dans cet ouvrage. Nous avons cru que cette espèce de calcul pouvait, mieux que les autres, satisfaire à nos vues, et nous l'avons préféré. Notre but en effet était de mettre la science astronomique à la portée des intelligences ordinaires, et tout en la dépouillant de tous les emblèmes algébriques qui sont toujours intelligibles à peu de personnes, de mettre sous les yeux du lecteur les calculs tout faits : or, pour cela, nous ne pouvions employer que les logarithmes.

Nous prévenons le lecteur que les signes + et — qui se trouveront dans le cours de cet ouvrage placés avant les caractéristiques, indiqueront les opérations du problème et que pour le cas où le signe — ne devrait affecter que la caractéristique (alors le logarithme représenterait un nombre composé de décimales sans entiers) cette caractéristique sera mise entre parenthèses avec son signe — parenthèses qui seront également précédées du signe de l'opération (Voyez probl 44 46)

ARTICLE 4

PRODUIT

§ 1 er

Définition du produit

Par *produit* en général, on entend le résultat de la multiplication de deux nombres l'un par l'autre Ainsi, 6 est le *produit* de 3 par 2 16 est celui de 8 par 2 ou de 4 par 4 60 est le *produit* de 30 par 2 ou de 12 par 5 ou de 10 par 6, etc

Il est nécessaire de faire connaître au lecteur ce que nous entendons dans certains de nos problèmes, par les mots qui ne sont employés que par nous de *grand produit*, de *petit produit*

§ 2

1 Grand produit, 2 petit produit

N o 1 er

Grand produit

Il résulte de la multiplication de deux facteurs qui sont, l'un le cube de la distance d'une planète au soleil, ou d'un satellite à la planète, et l'autre le complément géométrique du carré de la durée de la révolution sidérale de cette planète ou de ce satellite Ainsi pour avoir le *grand produit* de la terre on prendra d'abord le cube de la distance de cette planète au soleil, et ce sera un premier facteur, puis après avoir élevé au carré la durée de la révolution sidérale de cette planète, on prendra le complément géométrique de ce carré, et ce complément sera le second facteur, qui multiplié par le premier, donnera pour résultat le *grand produit* de la terre tel que nous l'emploierons dans certains de nos problèmes

Le soleil n'a pas de *grand produit* par la raison qu'on ne connaît pas sa distance à un astre principal autour duquel il pourrait graviter, comme la lune le fait autour de la terre, comme la terre elle même le fait autour du soleil (Voyez probl 17)

N o 2

Petit produit

Il est analogue au premier il résulte de la multiplication de deux facteurs dont l'un est le cube du rayon d'un astre savoir, du soleil ou d'une planète et l'autre le complément géométrique du carré de la durée de la rotation de l'astre en question Ainsi le *petit produit* du soleil tel que nous l'employons dans quelques problèmes, est le nombre qui résulte de la multiplication du cube du rayon du soleil, par le complément du carré de la durée de la rotation de ce même astre Nous avons calculé le *petit produit* de la terre de la même manière (Voyez probl 23)

DEUXIÈME PARTIE

PHÉNOMÈNES CÉLESTES

1. Problèmes sur les trois corps

2. Problèmes sur toutes les planètes

CHAPITRE PREMIER.

DIVERS PROBLÈMES SUR LES TROIS CORPS.

1.° Durées de leurs révolutions, rotations ; 2.° leurs distances, diamètres, parallaxes ; 3.° leurs volumes, masses, densités, vitesses, attraction, pesanteur, chute.

ARTICLE PREMIER.

1.° RÉVOLUTIONS ; 2.° ROTATIONS.

§ 1.er

Durées des révolutions des trois corps.

N.° 1.er

Révolution sidérale de la terre.

1.er PROBLÈME.

Trouver la durée de l'année ou de la révolution sidérale de la terre.

Avant d'entrer dans la solution d'aucun problème, il est nécessaire que nous ayons une base, et, par conséquent, que nous possédions au moins une donnée dont l'exactitude soit connue, admise comme capable de servir de point de départ.

Or, pour base de tous les calculs qui vont suivre, nous prendrons la durée de l'année sidérale, et à cette durée qu'ainsi nous ne rechercherons pas, mais qui sera admise sans examen et supposée comme étant exacte, nous donnerons avec Pantécoulant (1) une valeur numérique égale à 365,25637447, Log. 2,5625976.

2.e PROBLÈME.

Étant données la révolution sidérale de l'année, comptée en jours solaires ; plus, la durée du jour sidéral compté en heures solaires (voyez probl. 5), trouver la durée de l'année sidérale, comptée en jours sidéraux.

Il est certain que la terre, exécutant et répétant son mouvement de rotation pendant tout l'espace de son mouvement de translation, c'est-à-dire pendant toute son année, fait, pendant ce temps, relativement a une même étoile donnée, une rotation ou un tour sur elle-même en plus, que les tours ou rotations qu'elle exécute, dans ce même temps, relativement au soleil.

Nous croyons que ceci se conçoit suffisamment sans qu'il soit besoin d'en donner une démonstration detaillée.

Donc, si l'on divise l'année sidérale, comptée en jours solaires, par la durée du jour sidéral (voyez prob. 5), on aura, au quotient, un nombre qui se trouvera multiplié par la différence géométrique du jour solaire, (voyez prob. 5) au jour sideral, et ce nombre exprimera la durée de l'année siderale, comptée en jours sidéraux.

---

(1) Précis d'astronomie, chap. IV, N.° 40.

En voici le calcul par chiffres ordinaires

$$\frac{365\ 2}{0\ 93}\ \frac{6\ 74417}{6\ 137} = 366{,}25911911973378$$

Pour exécuter ce calcul par logarithmes, il suffit de soustraire du logarithme qui represente la duree de l annee siderale comptee en jours solaires, le logarithme qui represente la duree du jour sideral Ainsi

+ 2 5625976 Log de l an sid compte en jours solaires
— (— 1) 9988093 (1) Log de la duree du jour sideral (Prob 5)
= 2 5637883 Log de la duree de l an sid compte en jours sid
= 366 259119, etc

On pourrait egalement additionner le logarithme qui represente l annee siderale comptee en jours solaires au logarithme de la difference geometrique du jour solaire au jour sideral, comme suit

+ 2 5625976 Log de l annee siderale comptee en jours solaires
+ 11907 Log de la difference arithm du jour sol au jour sid
= 2 5637883 Log de l annee siderale etc , comme plus haut

N° 2

Revolutions de la lune

3 e PROBLEME

Etant donnees la vitesse du mouvement de la terre dans son ellipse (voyez probl 34), plus la vitesse du mouvement de la lune dans son ellipse autour de la terre (voyez prob 36), avec la distance de la lune a la terre (voyez probl 11 et 12) trouver la duree de la revolution siderale de ce satellite

Il est evident que la terre parcourt, pendant son annee siderale, toute la circonference de son ellipse autour du soleil comme la lune decrit, pendant sa revolution siderale, toute l etendue de la sienne autour de la terre Or d apres notre probleme 37, il consto que si l espace (compte, par exemple en lieues) parcouru par la terre, pendant un temps donne, dans son ellipse autour du soleil, est d abord divise par 30, puis, multiplie par la difference susdite (indiquee au probl 5) du jour solaire au jour sideral cet espace donne au dernier resultat, le nombre qui exprime l espace (aussi compte en lieues) que parcourt la lune, pendant le même temps, dans son ellipse autour de la terre

Donc il suffira, pour repondre au probleme propose, de diviser l ellipse de la lune, comptee en lieues, par le resultat ci-dessus, et l on aura ainsi, dans le quotient le chiffre qui exprimera la duree cherchee de la revolution siderale de la lune autour de notre planete

En voici le calcul par logarithmes

+ 5 7718369 Log de l espace parcouru par la terre en un jour, compte en lieues
— 1 4771213 Log de 30
= 4 2947156 Log du quotient

---

(1) Voyez la signification de ce logarithme a la premiere partie de ce traite chap IX art 3, § 1

Or,

+ 4.2947156
+ 11907 Log. de la différence du jour solaire au jour sidéral.
= 4.2959063 Log. de l'espace parcouru par la lune en un jour, compté en lieues.

Maintenant, cette vitesse étant trouvée, on divisera, par cette même vitesse, l'ellipse de la lune, aussi comptée en lieues, et l'on aura, dans le quotient, la durée cherchée de la révolution sidérale de ce satellite autour de notre globe.

Voici :

+ 4.9342336 Log. de la dist. de la L. à la T., comptée en lieues.
+ 0.7981799 Log. de 2 × par le rapport du diamètre à la circonférence.
= 5,7324135 Log. de l'ellipse lunaire comptée en lieues.

Or,

+ 5.7314135
— 4.2959163 Log. de la vitesse trouvée ci-dessus, de la lune.
= 1.4365072 Log. de la durée cherchée de la révol. sid. de la lune.
= 27,321661423.

4.e PROBLÈME.

Etant données la durée de l'année sidérale, plus celle de la révolution sidérale de la lune, trouver la durée de la révolution synodique de ce satellite.

Pour répondre au problème actuel, il suffit de faire ces deux proportions :

1.° La durée de l'année sidérale est à 360 degrés que parcourt la terre dans son ellipse pendant ce temps, comme la durée de la révolution sidérale de la lune est à l'arc que décrit la terre dans son ellipse pendant le temps de cette révolution sidérale de son satellite.

2.° 360 degrés, contenus dans l'ellipse de la terre, sont à la durée de l'année sidérale que met la terre à parcourir ces degrés, comme l'arc qu'elle décrit dans son ellipse pendant la durée de la révolution sidérale de la lune est à une durée de temps que la terre emploie à parcourir ce même arc.

On ajoutera à 360 degrés l'arc trouvé par la première proportion, et à la durée de la révolution sidérale de la lune, la durée de temps trouvée dans la seconde proportion. Avec ces deux nouveaux termes on recommencera les deux mêmes proportions une seconde fois, afin d'obtenir, de la même manière, deux autres termes que l'on ajoutera de nouveau comme dans les proportions précédentes, l'un à 360 degrés, l'autre à la durée de la révolution sidérale de la lune. On continuera ainsi de répéter ces deux proportions jusqu'à ce qu'elles produisent plus de différence avec les deux proportions précédentes, à leur quatrième terme, et l'on aura ainsi, dans le dernier, ce que l'on cherche.

On trouvera, de cette manière, que la durée de la révolution synodique de la lune est égale à 29,53058912 (Log. 1.4702721), ou 29 jours 12 heures 44 minutes 2 secondes 9 dixièmes.

Il existe encore une autre méthode de résoudre ce problème ; elle consiste à comparer entre elles deux époques, par exemple deux éclipses très-éloi-

gnées, et à diviser l'intervalle de temps qui les sépare, par le nombre de révolutions exactes qu'il y a eu entre ces deux époques et l'on a ainsi, au quotient, la valeur cherchée de la durée de la révolution dont il s'agit Mais ce moyen présente tant de sources d'incertitudes et demande d'ailleurs tant de calculs que nous ne nous y arrêterons pas

§ 2

Durées de leurs rotations

N° 1er

Durée de la rotation de la terre

5e PROBLÈME

Étant donnée la durée de l'année sidérale de la terre comptée en jours solaires trouver la durée du jour sidéral comptée en temps solaire

Pour répondre au problème proposé et trouver la durée du jour sidéral comptée en parties du jour solaire, on peut employer deux procédés que voici

1er PROCÉDÉ

Il suffit, par cette méthode, de diviser le jour solaire qui est ici supposé égal à l'unité, par la durée indiquée plus haut (probl 1) de la révolution sidérale de la terre, pour avoir au quotient la différence arithmétique du jour solaire au jour sidéral et par conséquent de soustraire ensuite de l'unité le quotient ou cette différence arithmétique, pour avoir dans le reste la durée cherchée

On trouvera ainsi cette durée égale à 0,99726197, en voici le calcul

1 divisé par 365 256374417 = 0,00273780300

Or,

1 moins 0,0027378 = 0,99726219700

Ce dernier peut s'exprimer

1° En parties décimales, = 0 99726, etc Log — 1 9988093
2° En secondes = 86163″4538208, Log 4 9353230
3° En parties ord = 23h56′3″45381 Log 1 3790205

Il est utile de faire remarquer ici que, dans ce qui précède

1° Le jour solaire est représenté par l'unité

2° Que la différence arithmétique trouvée entre celui-ci et le jour sidéral est l'unité divisée par la révolution sidérale de la terre, différence qui est égale à 0,0027378, etc

3° Que d'ailleurs on peut vérifier ce calcul par la proportion suivante « L'année sidérale, comptée en jours sidéraux, est à l'année sidérale comptée en jours solaires, comme le jour solaire est au jour sidéral »

2e PROCÉDÉ

Il est encore un autre moyen de parvenir au même résultat, mais ce moyen, qui avec la durée de la révolution de la planète, suppose encore comme étant connue sa distance au soleil conduit à établir, entre la durée du

jour solaire et celle du jour sidéral, la différence géométrique. Nous allons, pour plus de clarté, rapporter les données nécessaires :

Étant donnée la distance (il vaudrait mieux dire la *circonférence*, mais le calcul peut également se faire par la *distance*) comptée en lieues, d'une planète quelconque au soleil), avec la durée de sa révolution sidérale, trouver la différence géométrique de la durée du jour solaire de cette planète à la durée de son jour sidéral.

La solution de ce problème est bien simple, et voici en quoi elle consiste :

Par le rapport du diamètre à la circonférence, on cherchera d'abord la longueur, comptée en lieues, de l'ellipse que décrit cette planète autour du soleil ; puis on divisera cette longueur par la durée de la révolution sidérale de la planète, afin d'avoir l'arc, aussi compté en lieues, que décrit cette même planète en un jour solaire dans son ellipse ; enfin, on additionnera la valeur ainsi déterminée de cet arc à la valeur susdite de la circonférence ou ellipse pour n'en faire qu'une seule somme.

Il est bien évident que cette somme renfermera alors le nombre de lieues contenues simultanément et dans l'ellipse entière de la planète et dans l'arc décrit par elle en un jour dans cette ellipse, c'est-à-dire tout le nombre de lieues que cette même planète peut parcourir pendant la durée de la révolution sidérale augmentée d'un jour solaire.

Donc, si alors on divise cette somme par l'ellipse, on aura au quotient la différence géométrique du jour solaire de la planète à son jour sidéral ; et par conséquent, il suffira de diviser ensuite le jour solaire que l'on fera égal à l'unité, par cette différence géométrique, pour avoir, au quotient, la durée du jour sidéral.

Nous allons encore donner ce clacul :

+ 7.5362546 Log. de la distance de la terre (probl. 11 et 12).
— 2.5625976 Log. de la révol. sid. de la terre (probl. 1).
= 4.9736570 Log. du quotient = 94114,6.

Or,

+ 34,375,915—0 (1) Distance de la T. au S., exprimée en lieues
+ 94,114—6 Quotient sus-indiqué.
= 34,470,030—6 Somme.

Donc :

+ 7.5374453 Log. de cette somme
— 7.5362546 Log. dela distance de la terre (probl. 11 et 12).
= 11907 Log. de la différence cherchée = 1,0027, etc.

Il est utile de faire remarquer que ces deux procédés servant ainsi à trouver la différence entre les durées du jour solaire et du jour sidéral de la terre, peuvent également s'appliquer à toutes les autres planètes du système solaire (2). Cependant, comme le jour n'est pas, comme chez nous, de 24 heures sur chacune des autres planètes, par la raison qu'elles exécutent leur mouvement de rotation plus lentement ou plus vite que la terre, il faut alors, avant de faire l'application de ces procédés, connaître préalablement

(1) Ce sont des décimales.

(2) En effet, nous allons les appliquer à Mercure ; on pourra ensuite encore les appliquer à d'autres planètes, si on le veut.

la durée soit du jour sidéral soit du jour solaire de chaque planète que l'on soumet au calcul

Un jour solaire de Mercure étant égal à 1 0038 il s'ensuit que son année (comptée sur la durée de nos jours) divisée par ce nombre, n'a que 87 jours 698 Log 1 9426425

Donc, par le premier procédé

+	0 0000000	Log de l'unité
—	1 9426425	Log de l'année de Mercure, réduite à l'unité de nos jours
=	— 2 0573575	Log du quotient ou de la diff arith cherchée du jour solaire au jour sidéral de Mercure = 0 0114219

Ensuite, par le second procédé

+	7 1240497	Log de la distance de Mercure (probl 47)
—	1 9426425	Log de la revol de Mercure, réduite à l'unité de nos jours
=	5 1814072	Log du quotient = 151844

Or,

+	13 306 050	Distance de Mercure exprimée en lieues
+	151 844	Quotient trouvé ci dessus
=	13 457,894	Distance de Mercure augmentée de ce quotient

Donc

+	7 1289813	Log de la distance de Mercure ainsi augmentée
—	7 1240497	Log de la distance de Mercure
=	49316	Log de la diff géométrique cherchée, la même que plus haut = 1 01142, etc

N° 9

Durée de la rotation du soleil

6e PROBLÈME

Trouver la durée de la rotation du soleil

Deux procédés différents mènent également à la solution de ce problème intéressant selon les différentes données que l'on peut posséder Nous allons rapporter chacun de ces procédés avec les données qu'ils supposent

1er PROCÉDÉ

Étant donné le rayon, exprimé en secondes, du soleil, vu de la terre, plus, l'espace exprimé en lieues que la lune parcourt en un jour dans son ellipse autour de la terre (voyez probl 36 et 37) trouver la durée de la rotation du soleil

On multipliera le rayon exprimé en secondes, du soleil, par le nombre de lieues contenues dans l'arc d'une seconde vu à la distance du soleil (voyez probl 19) afin de réduire le rayon du soleil en lieues Ensuite après avoir pris la circonférence de l'équateur solaire, on doublera l'espace

susdit, et on divisera la circonférence, c'est-à-dire l'équateur solaire réduit en lieues par cet espace ainsi doublé que la lune parcourt en un jour.

Voici ce calcul :

+ 2.9823617 Log. du rayon du S. exprimé en sec. = 32'0''02 (1).
+ 2.2218295 Log. des lieues renfermées dans l'arc d'une seconde, vu à la distance du S. (voyez probl. 19).
= 5.2041912 Log. du rayon solaire exprimé en lieues.

Or,

+ 5.2041912
+ 0.7981799 Log. de 2 × par le rapport du diamètre à la circonférence.
= 6.0023711 Log. de la circonf. de l'équat. sol. exprimé en lieues.

Maintenant :

+ 6.0023711
— 4.5969363 Log. de l'espace susdit × 2, que la L. parcourt en un jour.
= 1.4054348 Log. de la durée cherchée de la rotation solaire.
= 25,4352.

2.e PROCÉDÉ.

Etant donnés la circonférence du cercle, plus l'arc que la lune parcourt, en un jour, dans son ellipse, avec la durée de la révolution sidérale de la lune, trouver la durée de la rotation du soleil.

Additionnez 360 degrés à l'arc de 13°1763 que parcourt la lune en un jour dans son ellipse, pour avoir la somme, laquelle devient 360°+13°1763 =373°1763, et divisez cette somme par 360°, pour avoir le quotient. Prenez ensuite le carré de ce quotient et divisez, par ce carré, la durée de la révolution sidérale de la lune : le résultat sera la durée cherchée de la rotation du soleil, avec toutefois une légère différence.

En voici le calcul :

+ 2.5719137 Log. de la somme 373°1763.
— 2.5563025 Log. de 360°.
= 0.0156112 Log. du quotient.

Maintenant :

+ 1.4365072 Log. de la durée de la révol. sid. de la L. (Voyez prob. 3.)
— 0.0312224 Log. du carré du quotient précédent.
= 1.4052848 Log. de la durée cherchée de la rotation du S., qu'il faut toutefois encore multiplier par le nombre qui va être indiqué.

Après cela, pour avoir ce dernier nombre exact, prenez d'abord le complément géométrique (2) de la durée de l'année sidérale, ou plutôt divisez l'unité, suivie de quatre zéros, par cette année ; puis, divisez encore le quotient, par la révolution sidérale de la lune, afin d'avoir un second quotient ; tirez enfin de ce dernier quotient la sixième racine, et multipliez, par

(1) Voyez plus bas, le prob 20.
(2) Voyez première partie, chap. IX, art. 2.

cette racine la rotation solaire trouvee ci dessus vous aurez dans le resultat, la duree exacte de cette rotation

En voici encore le calcul

+ 4 0000000 Log de 1 suivi de quatre zeros
— 2 5625976 Log de l annee siderale
= 1 4375024 Log du complement ou quotient

Or

+ 1 4374024
— 1 4365072 Log de la duree de la revol sid de la l
= 8952 Log du quotient dont il faut prendre la sixieme racine
1492 Log de la sixieme racine du quotient precedent

Donc

+ 1 4052848 Log de la rotation du S , trouvee plus haut
+ 1492 Log de la sixieme racine, indiquee ci-dessus
= 1 4054340 (1) Log de la duree exacte de la rotation du Soleil
= 25 4352 comme plus haut, au premier procede

N° 3

Duree de la rotation de la lune

7 e PROBLEME

Trouver la durée de la rotation de la lune

Tout le monde sait que la lune nous montre toujours, en tournant autour de nous, la même face, et ceci suppose que cet astre execute sur son axe une rotation dans une duree de temps egale a celle de sa revolution siderale et qu en consequence la duree de la rotation lunaire est egale a 27 jours 32166, etc log 1,4365072

ARTICLE 2

1 ° DISTANCES, 2 ° DIAMETRES 3 ° PARALLAXES DES TROIS CORPS

§ 1 er

Leurs distances

8 e PROBLEME

Etant données les revolutions synodique et sidérale de la lune (prob 3 et 4) trouver l angle que soutend, dans le soleil, la distance de la terre a son satellite

---

(1) Si ce nombre n est pas rigoureusement exact, nous pensons que cela provient et l on finira par s en convaincre si l on veut y faire bien attention, de ce que la duree de l annee siderale telle que nous l avons adoptee a notre premier probleme n est pas elle meme exprimee avec justesse Nous croyons que cette duree devrait etre un peu plus elevee mais nous laissons au lecteur s il en a le loisir et la curiosite le soin de s assurer de ceci par ses propres recherches

On remarquera que ce problème est peut-être le plus important de tous ceux que contient ce livre, en ce que cet angle, étant connu, permet, par là même, d'établir un triangle entre les centres de nos trois corps, et rattache ainsi la distance de la terre au soleil, à celle de la lune à la terre.

Or, pour résoudre ce problème, on prendra d'abord la différence arithmétique de la révolution synodique à la révolution sidérale de la lune, différence que l'on trouvera égale à 2 jours 2089, log. 0,3441770.

On remarquera que pour trouver cette différence arithmétique, il suffit d'abord de diviser la durée de la révolution synodique de la lune par la différence géométrique de l'année sidérale à 360; ensuite de diviser le quotient par l'arc que parcourt la lune en un jour dans son ellipse.

En voici le calcul :

+ 1.4702674 Log. de la durée de la révol. synod. de la L.
— 62951 Log. de la différ. géom. de l'année sid à 360°
= 1.4639723 Log. du quotient.

Or,

+ 1.4639723 Log. du quotient.
— 1.1197953 Log. de l'arc que parcourt la L. en un jour = 13°1763.
= 0.3441770 Log. de la diff. arithm. cherchée = 2 jours 2089.

Cette dernière différence étant trouvée, on pourra faire cette proportion :
« 1 jour est à 13°1763 que la lune parcourt dans son ellipse pendant cet intervalle, comme 2 jours 2089 sont à l'arc correspondant à cette durée. On trouvera ce dernier arc égal à 29°1053, (log. 1.4639723.) »

On voit que ce dernier logarithme est le même que plus haut, et que, par conséquent, on pourrait s'exempter de faire cette proportion. Nous ne l'avons, en effet, rapportée, que pour vérifier notre méthode du calcul précédent.

Ce dernier arc étant trouvé, on en fera deux usages : d'abord on l'additionnera à 360 degrés pour avoir une seule somme (c'est : 360°+29°1053 = 389°1053, log. 2.5900627); puis, l'ayant réduit en ses dernières parties, c'est-à-dire en secondes (c'est: 29°1053 × 60′ × 60″ = 104779,08), on le divisera, ainsi réduit, par la somme susdite 389°1053, pour avoir le quotient qui, alors, exprimera un arc égal à 269″28, ou 4′29″28 (log. 2.4302121), arc que l'on doublera pour avoir l'arc total égal à 8′58″56, dont le logarithme, cherché dans les tables des sinus, est de 7.4168639.

Il sera utile de faire remarquer qu'il est possible de ne point passer par tous les calculs qui nous ont mené à ce dernier résultat, en se contentant de diviser la révolution synodique de la lune par sa révolution sidérale, et en multipliant, par le quotient, 360 degrés; le produit sera 389,1053, comme nous venons de le trouver.

En voici en effet le calcul :

+ 1.4702674 Log. de la révol. synod. de la L.
— 1.4365072 Log. de la révol. sid. de la L.
= 0.0337602 Log. du quotient.

Or,

+ 0.0337602
+ 2.5563025 Log. de 360 degrés.
= 2.5900627 Log. de 389,1053, le même que plus haut

Cet angle etant trouve on divisera d abord le cube de l annee siderale exprimee en jours ordinaires par le cube de la circonference exprimee en degres pour avoir le quotient puis on divisera par ce dernier quotient l angle susdit et l on aura ainsi dans le resultat, l angle cherche c est-a dire l angle veritable que soutend dans le centre du soleil la distance de la lune a la terre

En voici le calcul par logarithmes

+ 7 6967928 Log du cube de l annee sid
— 7 6689075 Log du cube de la circonf ou de 360°
= 0 0188853 Log du quotient

Or

+ 7 4168639 Log de l angle trouve plus haut
— 188853 Log du quotient ci-dessus
= 7 3979786 Log de l angle cherché = 8'35''7008

9 e PROBLEME

Etant donne l angle que soutend dans le centre du soleil la distance de la lune a la terre, etablir entre les trois corps, un triangle dont les trois angles soient connus

Pour etablir le triangle en question, il suffit de supposer 1 ° que les trois angles de cette figure sont places l un dans le centre du soleil, le second dans le centre de la terre, et le troisieme dans le centre de la lune, 2 ° que les distances reciproques qui unissent nos trois corps, sont les cotes de ce triangle

On sait que la solution d un triangle rectiligne ne peut s obtenir sans la connaissance de trois au moins de ses six parties constitutives, savoir ou bien deux angles avec un cote, ou bien deux cotes avec un angle

Cherchons d abord la valeur des trois angles de notre triangle

L angle solaire etant connu on le deduira de 180° (somme constante des trois angles de tout triangle rectiligne) et l on aura, dans le reste la somme des deux autres angles lunaire et terrestre

Pour obtenir ensuite les valeurs speciales de chacun de ces deux derniers angles, on supposera que la lune se trouve au point precis de son ellipse ou elle atteint, dans chaque revolution, une distance au soleil tout-a fait egale a celle de la terre au soleil et l on aura ainsi ces deux angles, terrestre et lunaire semblables entre eux et par consequent, egaux

Quant aux cotes, nous ne pouvons il est vrai, connaitre, dans le triangle suppose que les trois angles, mais cela nous suffit pour le present car ayant, dans une methode particuliere (prob suiv) le moyen de trouver le produit des deux distances de la terre au soleil et de la lune a la terre, il nous devient possible avec les angles susdits et ce produit, de resoudre le triangle et par consequent de trouver ses cotes ou chacune des distances cherchees

Voici le calcul, par chiffres ordinaires, des trois angles de notre triangle :

+ 179°59′59″999999 valeur constante des trois angles de tout triangle.
— 8′35″708604 valeur de l'angle solaire.
= 179°51′24″291396 valeur des deux angles ensemble lunaire et terrestre.

Or :

+ 179°51′24″291396 somme susdite à diviser par 2.
= 89°55′42″145696 valeur de chaque angle lunaire et terrestre.

10.e PROBLÈME.

Étant donnés le rayon de la terre exprimé en lieues, plus le rayon du cercle exprimé en secondes, trouver le produit des deux distances exprimées en lieues, de la terre au soleil et de la lune à la terre.

Il suffit, pour résoudre ce problème, d'après le théorème 5, de multiplier le rayon de la terre exprimé en lieues (voyez probl. 13) par le rayon du cercle exprimé en secondes, en augmentant toutefois la caractéristique du logarithme de ce dernier de trois unités, et alors le produit résultant sera le produit de l'une par l'autre des deux distances exprimées en lieues de la terre au soleil et de la lune à la terre.

En voici le calcul :

+ 5.3144254 Log. du ray. du cercle, exprimé en secondes
+ 3.0000000 Log. de trois unités à ajouter à la caract. précéd.
+ 3.1560628 Log. du rayon de la T. exprimé en lieues
= 12.4704882 Log. du produit cherché des deux distances exprimées en lieues, de la T. au S. et de la L. à la T.

11.e PROBLÈME.

Etant donnés le produit des distances exprimées en lieues, de la terre au soleil et de la lune à la terre (voyez le prob. précéd.), plus l'angle que fait dans le centre du soleil la distance de la lune à la terre (voyez probl. 8), trouver la valeur de chacune de ces deux distances exprimées en lieues.

La solution de ce problème repose sur cette proportion :

« L'angle que forme, dans le centre du soleil, la distance de la lune à la terre (cet angle est déterminé au probl. 8), est au produit des distances exprimées en lieues, de la terre au soleil et de la lune à la terre, comme l'angle formé dans la lune par la distance de la terre au soleil, est à ce même produit multiplié par le carré de la différence géométrique des deux mêmes distances entre elles. »

En voici le calcul détaillé :

— 7.3979786 Log. de l'angle formé au centre du S.
+ 12.4704882 Log. du produit des deux dist. susdites, exprim. en lieues
+ 9.9999996 Log. de l'angle formé au centre de la L.
= 15.0725092 Log. du même produit des deux dist. de la T. au S. et de la L. à la T., produit multiplié par le carré de la diff de l'une de ces dist. à l'autre.

Ce résultat obtenu, on le divise par le produit susdit des deux distances cherchées et on prend la racine carrée de la différence

Ainsi

+ 15 0725092 Log du prod de l opération préced
— 12 4704882 Log du prod des deux dist cherchées
= 2 6020210 Log du carré de la diff de ces deux distances

Donc

1 3010105 Log de la racine carrée de la diff préced

Ensuite on prend la racine carrée du produit des deux mêmes distances, et on multiplie celle-ci par la racine carrée précédente on a alors, dans ce dernier produit, la distance exprimée en lieues, du soleil à la terre

Ainsi

+ 6 2352441 Log de la racine carrée du prod des deux distances
+ 1 3010105 Log de la racine carrée de la diff préced
= 7 5362546 Log de la distance de la T au S, exprimée en lieues,
= 34,375,915 lieues

Si, au contraire, on faisait la soustraction des logarithmes précédents, on aurait, dans le reste le logarithme qui exprime la distance de la lune à la terre

Voici encore

+ 6 2352441 Log de la racine carrée du prod des deux distances
— 1 3010105 Log de la racine carrée de la diff ci-dessus
= 4 9342336 Log de la distance exprimée en lieues, de la lune à la terre, 85,947 lieues, plus 59 centièmes

12 e PROBLÈME

Étant donnés l angle trouvé plus haut (problème 8) plus, l une quelconque des deux distances de la terre au soleil, ou de la lune à la terre trouver la valeur de l autre distance

La solution de ce problème étant la même simplifiée que la précédente, nous ne nous y arrêterons pas

§ 2

Leurs diamètres

N o 1

Rayon de la terre

13 e PROBLÈME

Trouver la longueur du rayon de la terre

Nous ferons remarquer que la terre offre trois rayons différents savoir

Le *rayon moyen* qui résulte de la circonférence moyenne de la terre circonférence qui est ici supposée égale au produit de 360 degrés par 25 lieues c est-à-dire à 9,000 lieues

Le *grand rayon* c est-à-dire celui qui aboutit du centre de la terre à un point quelconque de la circonférence équatoriale

Le *petit rayon* qui est celui qui va du centre de la terre à l'un de ses pôles.

Or, la recherche du rayon *moyen* ne demande aucune difficulté ; car il suffit, pour le calculer, d'établir cette proportion : La circonférence est au diamètre, comme 9,000 lieues sont au rayon moyen de la terre ; en d'autres termes : 1 : 3,14159265. . : : 9000 : x = 2864,78898, dont la moitié donne, par conséquent, pour le rayon moyen de la terre, 1432 lieues 39449 (Log. 3.1560628).

Il est beaucoup plus difficile de trouver les longueurs des deux autres, *grand* et *petit* rayons ; car, les procédés qui peuvent mener à la découverte certaine de ce chiffre, n'ont guère été connus jusqu'aujourd'hui. Aurions-nous réussi à trouver, par le simple calcul, ce qui n'a pu encore être déterminé que par des moyens graphiques et d'une manière si peu exacte ?

1.re MÉTHODE.

Il faut ici entrer dans les calculs qui mènent à la solution de cet intéressant problème, afin de donner, une bonne fois, la valeur exacte de la différence qui existe entre le *grand* et le *petit* rayon de la terre.

Pour mettre plus d'ordre dans ce que nous dirons, nous diviserons ce calcul en trois opérations ou plutôt en trois parties : dans la première, nous réduirons la révolution sidérale de la lune, en minutes, et sa distance à la terre aussi bien que son ellipse, en pieds. Nous réduirons encore la rotation sidérale de la terre, en secondes ; et son rayon moyen aussi bien que son équateur, en lignes. Dans la seconde, nous chercherons la valeur de l'espace que parcourt un corps grave placé successivement à la surface de la terre, et à la distance de la lune ; puis, la valeur du sinus-verse de l'angle que décrit l'équateur terrestre en une seconde. Enfin, dans la troisième, nous déterminerons la différence cherchée du grand au petit rayon de la terre.

1.° Et d'abord, pour réduire la révolution sidérale de la lune en minutes, il suffit de multiplier cette révolution par 24 heures que contient un jour, puis par 60 minutes qui font une heure. Le produit est ce que l'on cherche.

En voici le calcul :

+ 1.4365072 Log. de la révol. sid. de la lune. (Prob. 3.)
+ 1.3802112 Log. de 24 heures.
+ 1.7781512 Log. de 60 minutes.
= 4.5948696 Log. de la révol. de la lune, réduit en minutes.

Maintenant, si l'on veut réduire en pieds, la distance de ce satellite à la terre, il suffira de réduire d'abord une lieue en pieds, et de multiplier ensuite cette distance, exprimée en lieues, par le nombre de pieds contenus dans une lieue.

En voici encore le calcul :

+ 3.3570765 Log. de 2280t7444 que contient une lieue.
+ 0.7781513 Log. de 6 pieds, valeur d'une toise.
= 4.1352278 Log. d'une lieue, réduite en pieds.

Si l'on voulait obtenir la valeur d'une lieue réduite en lignes, il faudrait encore multiplier le résultat, d'abord par 12 pouces que contient un pied, et ensuite par 12 lignes qui font le pouce.

Ainsi

\+ 4 1352278 Log d une lieue reduite en pieds
\+ 1 0791813 Log de 12 pouces contenus dans un pied
\+ 1 0791812 Log de 12 lignes valeur d un pouce
= 6 2935903 Log de la valeur d une lieue reduite en lignes

Maintenant, pour avoir la distance lunaire reduite en pieds il suffit qu on multiplie cette distance exprimee en lieues, par le nombre de pieds trouve plus haut, que renferme une lieue

Voici

\+ 4 9342336 Log de la distance lunaire exprimee en lieues
\+ 4 1352278 Log du nombre de pieds que contient une lieue
= 9 0694614 Log de la distance lunaire exprimee en pieds

Il est facile apres cela de reduire également en pieds, l ellipse entiere que la lune decrit autour de la terre en multipliant la distance de ce satellite d abord par 2 pour avoir le diametre de cette ellipse, ensuite par le rapport du diametre a la circonference, lequel est de 3 141592 etc

Nous allons encore en donner le calcul

\+ 9 0694614 Log de la distance ci-dessus
\+ 0 3010300 Log de 2
\+ 0 4971499 Log du rapp du diametre a la circonference = 3 14159
= 9 8676413 Log de l ellipse lunaire exprimée en pieds

Nous appliquerons maintenant le même calcul aux elements de la terre, et d abord, pour reduire en secondes la duree de sa rotation siderale nous aurons

\+ 1 3802112 Log de 24 heures
— 11907 Log de la difference du jour sol au jour sid (Prob 5)
= 1 3790205 Log de la duree de la rotation sid de la terre en heures

Or

\+ 1 3790205 Log de la durée precedente
\+ 1 7781512 Log de 60 minutes contenues dans une heure
\+ 1 7781513 Log de 60 secondes que contient une minute
= 4 9335230 Log de la duree de la rotation de la T, reduite en secondes
= 86163″4538208 (Prob 5)

D apres la valeur d une lieue, exprimee plus haut en lignes il suffira, pour avoir le rayon moyen, aussi bien que le grand rayon de la terre, aussi exprimes en lignes de multiplier chacun de ces rayons par cette valeur On les multiplierait ensuite par le rapport du diametre a la circonference, si l on voulait avoir leurs cercles correspondants

Ainsi

\+ 3 1560628 Log du rayon moyen de la T exprime en lieues
\+ 6 2935902 Log du nombre de lignes contenues dans une lieue
= 9 4496530 Log du rayon moyen de la T, exprime en lignes

Or

\+ 9 4496530 Log précédent
\+ 0 7981799 Log de 2 × 3 14159, etc
10 2478329 Log de la circonference moyenne de la T exprimee en lignes

Après cela :

+ 3.1567741 (1) Log. du grand rayon de la T., exprimé en lieues. (Voyez plus bas).
+ 6.2935902 Log. du nombre de lignes contenues dans une lieue.
= 9.4503643 Log. du grand rayon de la T., exprimé en lignes.

Or :

+ 9.4503643 Log. précédent.
+ 0.7981799 Log. de 2 × 3,14159, etc.
= 10,2485442 Log. de l'équateur terrestre exprimé en lignes.

2.° Ces données étant préparées, il faut maintenant trouver la valeur de l'espace qu'un grave, placé à la surface de la terre, parcourt, dans sa chute, en une seconde, c'est-à-dire pendant un temps extrêmement petit, et pour cela, nous aurons cette proportion : Le carré de la distance de la lune est à la gravité prise à cette distance, comme le carré du rayon de la terre est à la gravité prise à la surface de celle-ci.

On suppose, dans cette proportion, que la chute du grave qui sert à mesurer cette gravité, emploie un temps égal pour parcourir l'espace qu'il indique, soit à la surface de la terre, soit à la distance de la lune.

Ainsi, si l'on suppose la gravité, prise à la distance de la lune, égale à 1, et le grand rayon de la terre aussi égal à 1, on aura :

$$59,9045 \times 59,9045 : 1 :: 1 \times 1 : x = \frac{1}{358,77}.$$

La raison de cette proportion est que l'intensité attractive diminue selon la raison du carré des distances ; que, par conséquent, la force de l'attraction qui s'exerce à la surface de la terre, doit diminuer, à la distance de la lune, d'autant d'unités qu'il y en a dans le carré de la distance de la lune à la terre, en supposant, comme nous l'avons fait dans la même proportion, le rayon de la terre égal à 1.

Cela posé, fesons d'abord la recherche de la quantité de l'espace, exprimé en pieds, que la lune parcourt, en tombant vers la terre, en une minute.

Il est certain que cette quantité est égale au sinus verse de l'angle que ce satellite parcourt dans son ellipse, en une minute. Quelle est donc cette quantité ?

Si l'on divise l'ellipse lunaire, exprimée en pieds, par la révolution sidérale de ce satellite, exprimée en minutes, on aura, au quotient, l'arc qu'il parcourt pendant ce temps. Or, cet arc étant extrêmement petit par rapport à la circonférence entière, pourra, sans erreur appréciable, être confondu avec le sinus, et par conséquent, laisser conclure le sinus verse, puisqu'en effet il suffira alors, pour obtenir celui-ci, de diviser le carré de cet arc par le diamètre de l'orbite lunaire, pour obtenir ce sinus, par la raison que, d'après les principes de géométrie, le sinus d'un angle est la moyenne proportionnelle entre le diamètre et le sinus verse.

---

(1) Ce nombre est ici supposé, et il ne peut être regardé comme exact, qu'autant que le résultat viendra le confirmer. Il devra donc être modifié, si la conclusion n'amène pas la même valeur ; et, dans ce cas, il faudrait recommencer l'opération et la répéter jusqu'à ce qu'on eût trouvé une parfaite identité entre ce nombre supposé et celui obtenu au résultat.

Donc

\+ 9,8676413 Log de l orbite lun exprimée en pieds
— 4 5948696 Log de la revol sid de la L exprimee en minutes
= 5,2727717 Log de l arc ou du sinus cherché

Or

\+ 10 5455434 Log du carré du sinus precedent
— 9,3704914 Log du diam de l ellipse lun exprime en pieds
= 1,1750520 Log du sinus verse cherche, ou de l espace exprime en pieds, que parcourt la lune en une minute en tombant vers la terre, = 14 pieds, 964105

Mais on sait que la pesanteur fait tomber les corps d une hauteur quadruple dans un temps double, d apres la nature des mouvements uniformement acceleres, donc, l espace decrit dans la chute doit, a la surface de la terre, être 60'×60' = 3600 fois plus grand dans une minute que dans une seconde qui est la 60 e partie d une minute Cet espace est donc 3600 fois son correspondant dans la région lunaire ou nous l avons compte sur une minute, sauf, pourtant la difference provenant du carre de la distance, laquelle, avons-nous dit, est egale a 57,9045

Appliquons maintenant notre proportion indiquee plus haut, avec ce que nous venons de dire et nous aurons

59,9045 × 59 9045 14,964105 60' × 60'' x = 15,0119

C est-a dire

— 3 5549184 Log de 358 77
\+ 1 1750520 Log de 14 pieds 964105
\+ 3 5563025 Log de 60' × 60'' — 3600''
= 1 1764361 Log du resultat = 15 pieds 0119 que la gravité fait parcourir a un corps place a la surface de la terre dans sa chute en une seconde de temps

Maintenant, il faut savoir le sinus verse de l angle que decrit l equateur terrestre en une seconde, et pour cela il nous suffit, comme precedemment de diviser le carre de l arc que parcourt ce même equateur en une seconde (arc qui peut, comme nous l avons deja dit, être confondu comme étant extrêmement petit, sans erreur appreciable, avec le sinus correspondant), de diviser, disons-nous le carré de cet arc par le grand diametre de la terre nous aurons au quotient le sinus verse cherche

Ainsi

\+ 10 2485475 Log de l equat de la T exprime en lignes
— 4 9353930 Log de la duree de la rotat de la T, exp en secondes
= 5 3132245 Log du quotient ou arc cherche

Or,

\+ 10 6264490 Log du carre de l arc ou sinus précedent
— 9 7513976 Log du grand diam de la T exprimé en lignes
= 0 8750514 Log du sinus verse cherche = 7,49983

Voila le moyen qui est employe ordinairement pour trouver ce sinus verse moyen qui a ete indique par Newton, mais qui presente une petite

erreur, comme on voit, correspondant à la différence que comporte l'arc décrit en une seconde, par l'équateur, sur le sinus de cet arc ; erreur réelle qui, multipliée, dans ce cas, autant de fois que ce sinus est contenu dans le rayon de la terre, amène, au résultat, une somme qui devient sensible jusque dans les dixièmes mêmes. Or, il est des moyens plus exacts d'obtenir, non point ce sinus dont nous pouvons nous passer ici, mais le sinus verse, le seul dont nous pouvons avoir besoin, de l'arc susdit ; voici ces moyens :

Cherchez d'abord l'arc que décrit la lune dans son ellipse pendant un jour, ; et, après avoir ajouté cet arc (qui est de 13°1763, comme il conste d'après le problème 8) à 360°, pour ne faire qu'une seule somme, divisez cette somme par 360 ; comme suit :

+ 2.5719141 Log. de 360° + 13°1763 = 373°1763
— 2.5563025 Log. de 360
= 156116 Log. du quotient ou de la différence.

Carrez ensuite cette différence, et multipliez-la par 6, suivi de cinq zéros. Ainsi :

+ 5.7781513 Log. de 6 suivi de cinq zéros
+ 312227 Log. du carré de la diff. ci-dessus
= 5.8093740 Log. du produit.

Enfin, divisez, par ce produit, la durée du jour sidéral réduit en secondes, et vous aurez au quotient le sinus verse (segment qui sépare le pied du sinus d'un angle d'avec la circonférence) cherché de l'arc que parcourt, pendant une seconde de temps, l'équateur terrestre, dans son mouvement de rotation.

Ainsi :

+ 5.8093740 Log. précédent.
— 4.9353230 Log. de la durée du jour sid. réduit en secondes (probl. 5)
= 0.8740510 Log. du sinus verse cherché, qui, comme on sait, diffère un peu de celui indiqué plus haut. Celui-ci est égal à 7,48255.

3° Or, si par ce dernier sinus verse, nous divisons l'espace de la chute trouvé plus haut, et qui est de 15 pieds 0119, après toutefois avoir réduit cet espace en lignes, nous aurons au quotient un nombre dont l'usage sera déterminé.

Ainsi :

+ 1.1764361 Log. de 15,0119
+ 1.0791813 Log. de 12 pouces
+ 1.0791812 Log. de 12 lignes
= 3.3347986 Log. de l'espace susdit réduit en lignes.

Or,

+ 3.3347986 Log. précédent
— 0.8740514 Log. de 7,48255, sinus verse
= 2.4607478 Log. du quotient, = 288,907.

Maintenant, ce dernier nombre étant trouvé, on en prendra la racine carrée, racine qu'on lui (à ce même nombre) ajoutera, et qui formera ainsi une somme que l'on divisera enfin par la différence géométrique du jour

solaire au jour sideral on aura dans le resultat le nombre dont l unité sera la difference cherchée du grand au petit rayon de la terre

Ainsi, la racine carrée du nombre susdit 288,907 etant egale a 16 993 si l on additionne cette racine a ce nombre, on aura 288,907 + 16 993 = 305,90

Or,

+ 2 4855791 Log de 305 90
— 11907 Log de la diff du jour sol au jour sid
= 2 4843884 Log de 305 06?, nombre dans lequel l unite exprime la difference arithmetique du grand au petit rayon de la terre (Voyez 1 re partie chap 4, art ?)

2 e METHODE

Il est encore une autre méthode bien plus facile et plus expeditive de trouver ce même nombre, nous allons l indiquer

La premiere operation que cette methode exige, c est de chercher la duree du jour lunaire, afin de trouver la difference de ce jour lunaire au jour sideral

Nous ferons remarquer que, par *jour lunaire* il faut entendre celui qui ramene un meme point de l equateur terrestre vis a-vis la lune, jour qui est necessairement plus long que le jour sideral

Pour trouver cette difference il suffira de faire cette proportion l equateur exprime en degres ou 360, est a l equateur exprime en lieues ou a 9034 71 comme l arc que parcourt la lune dans son ellipse pendant la duree du jour sideral arc qui est de 13°1403, est a un quatrieme terme qui exprimera en lieues l arc susdit

Ce quatrieme terme etant obtenu, on l additionnera a l equateur exprime en lieues, afin de n avoir qu une seule somme, puis on divisera cette somme par le même equateur et le quotient exprimera la difference cherchee

En voici le calcul

— 2 5563025 Log de 360°
+ 3 9549540 Log de l equateur terrestre exprime en lieues
+ 1 1197953 Log de 13°1763
= 2 5184465 Log du quatrieme terme = 329,94

Or,

+ 3 9705656 Log de 9014,82 + 329,94 = 9344,76
— 3 9549540 Log de l equateur terrestre (voyez plus haut)
= 0 156116 Log de la difference cherchee

Maintenant, cette difference etant trouvée, on prendra la racine carree de l unite suivie de cinq zeros, on divisera ensuite cette racine par cette difference ainsi trouvee, et l on aura, dans le dernier quotient, un nombre dont l unite exprimera, comme dans la premiere methode, la difference arithmetique du grand au petit rayon de la terre

Nous allons encore mettre ce calcul sous les yeux

5 0000000 Log de 1 suivi de cinq zéros
? 5000000 Log de la racine carree de ce dernier

Or,

+ 2.5000000 Log. de la racine ci-dessus.
— 156116 Log. de la différence trouvée ci-dessus.
= 2.4843884 Log. de 305,062 , comme plus haut.

N'est-il pas évident que, si nous divisons le rayon moyen de la terre par ce nombre, c'est-à-dire par 305,062, nous aurons, au quotient, le nombre de lieues qui forme la différence du grand au petit rayon de la terre?

Voici encore le calcul de cette opération :

+ 3.1560628 Log. du rayon moyen de la T, exprimé en lieues
— 2.4843884 Log. du nombre trouvé ci-dessus, = 305,062
= 0.6716744 Log. de la différence exprimée en lieues, du grand au petit rayon de la terre, = 4,69542.

Donc, si d'abord nous augmentons le rayon moyen de la moitié de cette différence, c'est-à-dire de 2 lieues 39771, nous aurons la valeur du grand rayon de la terre; si, au contraire, nous soustrayons cette moitié du rayon moyen, nous aurons le petit rayon de la terre.

Ainsi, ces rayons, exprimés en lieues, deviennent :

Grand rayon,	1434,79220	Log.	3.1567741.
Moyen rayon,	1432,39449	Log.	3.1560628.
Petit rayon,	1429,99678	Log.	3.1553515.
Différence,	4,69542	Log.	0.6716744.

Nous ne serons pas sans donner une certaine preuve qui, à nos yeux, est péremptoire, de ce résultat important : c'est que si vous divisez le grand rayon de la terre par le petit, vous trouverez (et il le faut pour que la preuve soit concluante) le même quotient, qu'en divisant le résultat précédent 305,062, par le même nombre diminué d'une unité ou 304,062.

En voici le calcul :

+ 3.1567741 Log. du grand rayon de la terre.
— 3.1553515 Log. du petit rayon de la terre.
= 14226 Log. du quotient.

Or,

+ 2.4843884 Log. de 305,062
— 2.4829658 Log. de 304,061
= 14226 Log. du quotient, le même que plus haut.

Voilà donc résolue la fameuse question de la *différence du grand au petit rayon de la terre,* question qui a provoqué tant de calculs, tant de dérangements, tant de dépenses, tant d'épreuves, et cela de la part de tant de personnes, de tant de savants, et pendant tant de temps!!! La voilà résolue, nous l'espérons, d'une manière exacte!!!

C'est bien ici le lieu de nous occuper de la mesure géographique du méridien terrestre : c'est ce que nous allons faire dans les deux problèmes suivants.

14.e PROBLÈME.

Trouver la quantité ou la raison qui fait varier chaque lieue.

Nous supposons d'abord, par le problème 13, que le grand rayon de la terre, présente, d'avec le petit rayon, une différence arithmétique de 4

lieues 69542, et que par conséquent, d'après le rapport du diamètre à la circonférence, le quart du méridien de la terre doit offrir d'avec le quart du petit méridien, une différence arithmétique de 30 13049247, puisque

Le grand diamètre étant (voyez prob 13)	= 2869,58440
Le petit diamètre étant	= 2859,99356
on a pour différence arithmétique	= 9,59084
qui multipliée par le rapp de la circonf, donne	= 30 13049247
dont le quart est	= 7,53262312

Nous supposons ensuite que la lieue moyenne que nous voulons faire égale à l'unité, termine le 45 e degré et qu'une pareille lieue commence en même temps le 46 e degré de latitude et qu'ainsi la différence arithmétique susdite se trouve partagée de nouveau en deux parties égales dont l'une doit s'ajouter aux lieues que l'on compte jusqu'au pole et l'autre se retrancher aux lieues que l'on compte en revenant vers l'équateur On a ainsi pour cette demi différence c'est-à-dire pour la différence d'un octant à l'autre 7,53262312 divisé par 2, c'est-à-dire 3 76631156

Enfin nous supposons, et cela doit être naturellement, que cette demi-différence se trouve distribuée sur toutes les lieues, depuis 45 degrés jusqu'au pole, par une marche tellement progressive qu'elle laisse une quantité voulue à la seconde lieue le double de cette quantité à la troisième lieue, le triple, à la quatrième lieue, et ainsi de suite, de manière que la somme générale de toutes ces quantités partielles ainsi distribuées progressivement depuis 45 degrés jusqu'au pole ou bien depuis 45 degrés jusqu'à l'équateur, soit égale à la différence ci-dessus indiquée de 3,766311, etc

On conçoit que toutes ces petites quantités qui s'ajoutent à la lieue moyenne depuis 45° jusqu'au pole, se retranchent au contraire en allant de 45° vers l'équateur

Toutes ces choses étant supposées, il s'agit maintenant de connaître dans cette série, la petite quantité inconnue qui s'ajoute ainsi ou se retranche progressivement à chaque lieue dans les deux directions opposées, et c'est cette petite quantité, que nous appellerons ici la *raison* de la série qui nous permettra de calculer ensuite la longueur de toute lieue prise, à volonté, sur toute l'étendue du quart du méridien terrestre

Il suffit, pour cela, de retrancher de la latitude donnée, réduite en lieues, une unité, ensuite, de prendre la moitié du reste et de multiplier cette moitié par le nombre primitif de lieues contenues dans la latitude on aura dans le produit, la somme totale d'autant de fois que la *raison* aura été ajoutée ou retranchée progressivement dans toute l'étendue de la latitude supposée Ainsi, par exemple, soit toute la latitude du pole qui, réduite en lieues donne 90° — 45° = 45° × 25 lieues = 1125 ce nombre, moins une unité étant 1124, dont la moitié est 562 on aura alors 1125 × 562 = 632250 fois que la *raison* a été ajoutée progressivement à la lieue moyenne depuis 45 degrés exclusivement jusqu'au pôle

Maintenant n'est-il pas évident que si l'on divise la différence arithmétique sus-mentionnée 3,766311, etc, par ce dernier, on aura, dans le quotient, la *raison* cherchée?

Voici cette raison calculée

$$\frac{3\ 76631161}{6\ \ 25} = 0\ 000005956997$$

15.e PROBLÈME.

Trouver la longueur de la lieue à chaque latitude terrestre.

Il nous reste maintenant à indiquer le moyen de trouver la longueur d'une lieue prise à une latitude quelconque, et comme les deux lieues qui touchent, de part et d'autre, au parallèle du 45e degré del atitude, sont supposées égales chacune à l'unité, il suffira de multiplier la *raison* par le nombre donné des lieues que l'on trouvera, moins une, à partir du 45°, sur la latitude supposée : on aura ainsi, pour la lieue cherchée qui occupera le dernier rang de cette latitude, la longueur cherchée. Par exemple, à la latitude 65°, on a 65° — 45° = 15° × 25 lieues = 375 lieues. Donc, 375 — 1 = 374 lieues × 0,000005956997 = 1 lieue, 0022279, etc.

D'après cela, la lieue prise à la latitude de Paris (48°50′13″ ou 48°837) aurait une longueur égale à 1,0005654, etc.

Il est essentiel de faire ici remarquer que, s'il s'agissait d'une latitude moindre que 45°, on prendrait alors, au lieu de la latitude même, son complément à 45°, et l'on opérerait sur ce complément de la même manière, pour retrancher le résultat de l'unité. Ainsi, pour la latitude 15°, on prendrait 45°—15°=30°; pour la latitude 25°, on aurait 45°—25°=20°, etc.

D'après cela, la lieue à la latitude de Lima (12°2′34″, ou 12°0428) aurait une longueur égale à 0,999809, etc. En effet, 45°—12°2′34″ =32°57′26″ ou 32°9572. Or, ce dernier, d'abord diminué d'une unité, puis multiplié, comme nous avons dit, par la différence sus-indiquée, devient : 0,000190369, etc., qui, ôté de l'unité, c'est-à-dire d'une lieue, amène un résultat égal à 0,99981, etc.

16.e PROBLÈME.

Trouver la longueur du *mètre*, comparée à la lieue moyenne.

Il n'existe pas de moyen de connaître la longueur du *mètre*, sinon en la comparant à une mesure connue, à la toise, par exemple, laquelle a déjà servi à mesurer l'arc de 12°48′43″89 situé entre les latitudes extrêmes de Formentera (38°39′56″11) et de Greenwich (51°28′40″0). Or, le degré ainsi mesuré à la latitude moyenne de 45°4′23″055 (milieu entre Formentera et Greenwich) a été trouvé de 57010 toises 6 dixièmes. Donc, si l'on multiplie 90° par ce dernier nombre, 57010,6, et si l'on divise le produit 5130954 par le produit de 90° × 25 lieues=2250, on aura, au quotient, le nombre de toises contenues dans la lieue moyenne = 2280 toises 424 millièmes.

Maintenant, 5130954×6 pieds×12 pouces×12 lignes=44,331,442,560, dont la dix-millionième partie est égale à 443 lignes 3144256, ou 3 pieds 11 lignes 3144, etc.; c'est la valeur du *mètre*.

N.° 2.

Rayon de la Lune.

17.e PROBLÈME.

Déterminer le rayon de la Lune.

La solution de ce problème base sur le théorème 6, et peut s'obtenir au moyen de la marche suivante.

Le grand produit de la terre, divisé par le petit produit de cette planète donne un premier quotient qu'il faut noter

Le grand produit de la lune, divisé par le petit produit de ce satellite, donne un autre quotient qu'il faut aussi noter

Or, ce second quotient divisé par le premier, donne un troisième quotient qui est égal à la différence géométrique de l'année sidérale, divisée par 360°, différence qui, toutefois est alors exprimée avec une caractéristique diminuée de deux unités

Donc il faut, pour résoudre le problème proposé d'après ce principe, d'abord diminuer de deux unités la caractéristique de la différence susdite, ensuite multiplier par celle-ci le premier quotient pour avoir le produit, puis, diviser par ce dernier produit, le grand produit lunaire, pour avoir le quotient enfin, diviser le quotient par le complément géométrique du carré de la durée de la révolution sidérale de la lune on aura alors, dans le résultat, le cube du rayon cherché de la lune, exprimé en lieues

En voici le calcul

+	27 4835686	Log	du grand produit de la T
−	19 4705698	Log	du petit produit de la T
=	8 0129988	Log	du premier quotient
−	2 0000000	Log	de deux unités à ôter du logarithme précédent
=	6 0129988	Log	du premier quotient diminué
+	62951	Log	de la différence géométrique de l'année sid à 360°
=	6 0192939	Log	du produit

Or,

+	21 9296864	Log	du grand produit de la L
−	6 0192939	Log	du produit ci-dessus
=	14 9103925	Log	du quotient
−	7 1269856	Log	du complém géom du carré de la révol sid de la L
=	7 7834069	Log	du cube du rayon lunaire
	2 5944690	Log	du même rayon = 393 lieues 059

N° 3

Rayon du Soleil

18e PROBLÈME

Déterminer le rayon solaire

Nous allons donner à ce problème trois solutions différentes qui, toutes, nous mèneront au même résultat

1re SOLUTION

Puisque nous savons, d'après les problèmes 35 et 36, que l'équateur solaire, compté en lieues, parcourt, dans un même temps par exemple en un jour un espace double de celui que parcourt la lune dans son ellipse, aussi comptée en lieues, pendant le même laps de temps, puisque avec cela nous connaissons encore d'après le problème 6 la durée de la rotation solaire, il s'ensuit que, pour résoudre le problème proposé, il suffit de multiplier le nombre de lieues que parcourt la lune en un jour, dans son

ellipse, par la moitié du nombre de jours que met l'équateur solaire pour faire sa révolution, et l'on aura, pour le produit, la valeur exprimée en lieues, de l'équateur solaire, d'où l'on tirera celle du diamètre et du rayon.

En voici le calcul :

\+ 4.2959063 Log. de l'espace que parcourt la L. en un jour, compté en lieues. (Prob. 36)
\+ 0.3010300 Log. de 2.
= 4.5969363 Log. du double de l'espace précédent : c'est celui que parcourt le S.

Or :

\+ 4.5969363
\+ 1.4054348 Log. de la durée de la rotation du S. (Voyez prob. 6.)
= 6.0023711 Log. de l'équateur solaire compté en lieues.

Donc :

\+ 6.0023711
— 0.7981799 Log. de 2 × par le rapport de la circonférence au diamètre ou de 2 × 3,1415926.
= 5.2041912 Log. du rayon du S., exprimé en lieues = 160026 lieues, 02.

2.e SOLUTION

Nous ne laisserons pas de donner une autre méthode qui satisfera également au problème, et qui fera voir que le chiffre que nous venons d'adopter, est exact. Voici cette autre méthode :

D'abord, prenez le complément géométrique de la durée de l'année sidérale ; ensuite, divisez ce complément par la durée de la révolution sidérale de la lune, pour avoir le quotient ; enfin, prenez la racine carrée de ce dernier, et encore la racine cubique de cette racine carrée, et notez le chiffre du dernier résultat.

Cette première opération étant faite, divisez successivement les carrés des distances comptées en lieues, du soleil à la terre et de la lune à la terre, par le carré du rayon moyen de la terre aussi compté en lieues, pour avoir les deux quotients ; divisez encore le plus grand des deux quotients résultants, par le plus petit, pour n'avoir plus qu'un seul quotient ; enfin, multipliez ce dernier quotient par la racine cubique trouvée plus haut dans la première opération, et vous aurez, dans ce dernier produit, la valeur du rayon solaire exprimé en lieues.

Nous allons encore mettre ce calcul, d'ailleurs compliqué, sous les yeux du lecteur :

\+ 0.0000000 Log. de 1.
— 2.5625976 Log. de la durée de l'année sidérale.
= 1.4374024 Log. du complément géométrique de ce dernier.

Or :

\+ 1.4374024
— 1.4365072 Log. de la durée de la révolution sidérale de la L.
= 0.0008952 Log. du quotient.
4476 Log. de la racine carrée de ce quotient.
1492 Log. de la racine cubique de cette dernière racine carrée.

Maintenant

\+ 15 0725092 Log du carré de la dist de la T au S , comptée en lieues
— 6 3121256 Log du carré du rayon moyen de la T , compté en lieues
= 8 7603836 Log du premier quotient

Ensuite

\+ 9 8684672 Log du carré de la dist de la L à la T comptée en lieues
— 6 3121256 Log du carré du rayon moyen de la T , compté en lieues
= 3 5563416 Log du deuxième quotient

Enfin

\+ 8 7603836 Log du premier quotient
— 3 5563416 Log du deuxième quotient
= 5 2040420 Log du quotient résultant de cette division

Or

\+ 5 2040420
\+ 1492 Log de la racine cub tirée de la racine carrée plus haut
= 5 2041912 Log du rayon solaire exprimé en lieues , le même que plus haut à la première solution

3 e SOLUTION

La troisième solution est peut-être la plus simple , elle consiste à procéder de la manière suivante

Divisez d abord le carré de la distance de la terre au soleil par le carré de la distance de la lune à la terre puis, multipliez le quotient par la différence ou plutot par la sixième racine de la différence indiquée au prob 6 (2 e procédé) et ci dessus (2 e solution) vous aurez au produit le rayon cherché du soleil

En voici le calcul

\+ 15 0725092 Log du carré de la dist de la T au S exp en lieues
— 9 8684672 Log du carré de la dist de la L à la T exp en lieues
= 5 2040420 Log du quotient

Or

\+ 5 2040420 Log du quotient précédent
\+ 1492 Log de la 6 e racine indiquée ci dessus
= 5 2041912 Log du rayon cherché du soleil exprimé en lieues le même que plus haut = 160026,02

§ 3

Leurs parallaxes

N o 1 er

Parallaxe terrestri-solaire (1)

19 e PROBLÈME

Étant donnée la distance exprimée en lieues , de la terre au soleil trouver la valeur, aussi exprimée en lieues d un arc , par exemple , d une seconde vu à la distance du soleil

---

(1) Voyez chap 7 art 2 § 7

Supposons que la distance de la terre au soleil soit le rayon d'un cercle : il suffira alors de diviser cette distance, ainsi exprimée en lieues, par le rayon du cercle, exprimé, par exemple, en secondes, pour avoir, au quotient, la valeur, exprimée en lieues, d'un arc d'une seconde, vu à la distance du soleil.

Ainsi :

\+ 7.5362546 Log. de la distance de la T. au S., exprimée en lieues
— 5.3144251 Log. du rayon du cercle exprimé en secondes
= 2.2218295 Log. de la valeur, exprimée en lieues, de l'arc d'une seconde, vu à la distance du soleil, = 166 lieues 65903.

20.e PROBLÈME.

Etant données la valeur, exprimée en lieues, du rayon du soleil (voyez probl. 18), plus la valeur, aussi exprimée en lieues, d'un arc, par exemple, d'une seconde (voyez probl. 19), vu à la distance du soleil; trouver l'arc, exprimé en parties de degré, que soutend le rayon solaire vu à la distance de la terre.

Il ne faut que diviser le rayon du soleil, exprimé en lieues, par le nombre de lieues comprises dans l'arc d'une seconde, vu à la distance du soleil, et le quotient indiquera le rayon cherché du soleil, exprimé en parties de degré.

En voici le calcul :

\+ 5.2041912 Log. du rayon solaire exprimé en lieues (voyez probl. 18)
— 2.2218295 Log. du nombre de lieues contenues dans l'arc d'une seconde (voyez probl. 19).
= 2.9823617 Log. du rayon sol. exprimé en parties de degré, lequel correspond à 16′0″01 ou 960″01.

Nous trouvons, en ouvrant, par hasard, le *Journal de l'Institut* (N.° 792, année 1849), des paroles qui nous frappent, et où nous sommes satisfait de voir que M. Leverrier, toujours si exact dans ses opérations, a été assez heureux de trouver la véritable valeur du rayon cherché. Voici les paroles que nous y lisons :

« En discutant un grand nombre d'observations (1595) des deux bords du soleil, faites à l'Observatoire de Paris, à la lunette méridienne, de 1835 à 1848, M. Goujon a reconnu qu'elles ne pouvaient conduire directement à déterminer le diamètre du soleil, ainsi qu'il l'avait espéré d'abord.

« M. Leverrier conclut des passages de Mercure, qu'il a discutés dans ses belles recherches sur la théorie de cette planète, que le diamètre du soleil est de 32′0″02, et cette valeur, qui paraît la plus digne de confiance, a été confirmée par l'éclipse totale de 1842, et par beaucoup de mesures directes. »

Ainsi donc, d'après notre calcul précédent, M. Leverrier a trouvé la véritable valeur angulaire du rayon du soleil.

Et quant aux valeurs des diamètres apparents du soleil, aphélie et périhélie, (voyez plus bas, problème 21).

N° 2

Parallaxe soli-terrestre

21e PROBLÈME

Étant donné le rayon moyen de la terre exprimé en lieues avec la distance de cette planète au soleil, aussi exprimée en lieues, trouver la parallaxe moyenne du soleil c'est-à-dire l'arc exprimé en parties de degré, que le rayon terrestre soutend au centre du soleil.

Pour résoudre ce problème, aussi beau qu'important il suffira de diviser le rayon terrestre exprimé en lieues, par la valeur aussi exprimée en lieues de ce dernier arc d'une seconde, et l'on aura dans le quotient, la grandeur, exprimée en secondes, de l'arc que soutend le rayon terrestre vu du soleil.

En voici le calcul

+ 3 1560628 Log du rayon moyen de la T. exprimé en lieues
— 2 2218295 Log du nombre de lieues contenues dans l'arc d'une seconde
= 0 9342333 Log de la parallaxe cherchée = 8″ 59 17

On doit remarquer que la parallaxe ci contre indiquée, est la parallaxe moyenne, c'est-à-dire celle qui est calculée sur le rayon moyen de la terre. Or il est facile de trouver également la grande et la petite parallaxe en substituant à la valeur linéaire du rayon moyen de la terre, les valeurs, aussi exprimées en mesures linéaires, du grand et du petit rayon de la terre.

Voici encore ces deux parallaxes

+ 3 1567741 Log du grand rayon de la T., exprimé en lieues
— 2 2218295 Log du nombre de lieues contenues dans l'arc d'une seconde
= 0 9349448 Log de la grande parallaxe du S., = 8″60883

Maintenant

+ 3 1553515 Log du petit rayon de la T. exprimé en lieues
— 2 2218295 Log du nomb de lieues conten dans l'arc d'une seconde
= 0 9335220 Log de la petite parallaxe du S., = 8″58067

Nous ferons remarquer que les parallaxes de la terre *périgée* et *apogée* peuvent se trouver facilement au moyen de ce problème, avec l'excentricité ou les distances indiquées au tableau de la page 11.

Voilà donc encore résolu *le fameux problème de la parallaxe du soleil!*

N° 3

Parallaxe terrestri-lunaire

22e PROBLÈME

Étant donnée la distance de la lune à la terre exprimée en lieues, trouver la valeur, aussi exprimée en lieues d'un arc d'une seconde, vu à la distance de la lune.

Faites la distance de la lune égale au rayon du cercle ; puis, divisez celui-ci, réduit en secondes, par le nombre de lieues contenues dans la distance susdite, et vous aurez, dans le produit, le nombre de secondes contenues dans une lieue.

Ainsi :

+ 5.3144251 Log. du rayon du cercle réduit en secondes.
— 4.9342336 Log. de la dist. de la L. à la T., exprimée en lieues.
= 0.3801915 Log. du nombre de secondes contenues dans une lieue, ou 2″3999.

Quant aux valeurs des diamètres apparents du périgée et de l'apogée de la lune, il suffit de savoir, pour en faire les calculs, que, d'après l'almanach du Bureau des longitudes, l'excentricité de l'ellipse de ce satellite est, en supposant sa distance moyenne égale à 1, de : 0,0548442.

23.e PROBLÈME.

Etant donnés l'arc exprimé en parties de degrés, par exemple, en secondes, que soutend le rayon de la lune, vu à la distance de la terre, plus la distance de ce satellite, exprimée en lieues, trouver la valeur, exprimée en lieues, de ce rayon lunaire.

Ce problème se résout encore d'une manière analogue à celle qui a été employée dans le problème précédent. Il suffit, en effet, que le rayon donné de la lune, exprimé en secondes, soit multiplié par le nombre de lieues contenues dans un arc d'une seconde, dans un arc, disons-nous, vu à la distance de la lune, et l'on aura, dans le produit, le rayon cherché.

En voici également le calcul :

+ 1.4965092 Log. du rayon lunaire exprimé en minutes.
+ 1.3979598 Log. de la val. de l'arc d'une minute en lieues.
= 2.5944690 Log. du rayon lun. exprimé en lieues, = 393,059.

N.° 4.

Parallaxe luni-terrestre.

24.e PROBLÈME.

Etant donnés la valeur d'une lieue, exprimée en secondes (prob. 23), plus le rayon de la terre, exprimé en lieues (prob. 13), trouver l'arc, exprimé en secondes, que soutend ce rayon de la terre, vu à la distance de la lune.

La solution de ce problème est absolument la même que celle du problème précédent. On aura soin toujours, dans ce cas, comme dans le premier, de supposer que la terre est placée, respectivement à son satellite, dans la circonférence, et que la distance de ce dernier, à la planète, lequel alors se trouve placé au centre, fait le rayon d'un cercle.

En voici le calcul :

+ 3.1560628 Log. du rayon terrestre exprimé en lieues.
+ 0.3801915 Log. du nombre de secondes contenues dans une lieue.
= 3.5362543 Log. de l'arc cherché, = 3437″6, ou 57′27″ 6.

ARTICLE 3

1° GROSSEUR, 2° MASSE, 3° DENSITÉ, 4° VITESSE, 5° ATTRACTION, 6° PESANTEUR, 7° CHUTE

§ 1er

Grosseur des trois corps

25e PROBLÈME

Étant donnés les rayons exprimés par exemple en lieues, du soleil, de la terre et de la lune, trouver les grosseurs absolues de ces trois corps.

Les grosseurs des corps célestes se prennent sur les cubes de leurs rayons propres. Ainsi les rayons des corps susdits étant

5 2041912 Log. du rayon sol. exprimé en lieues (prob. 18),
3 1560628 Log. du rayon moyen de la ♁, aussi exprimé en lieues (pr. 13),
2 5944690 Log. du rayon lun. également exprimé en lieue (probl. 17)

Il s'ensuit que les grosseurs absolues de ces astres sont

15 6125736 Log. de la grosseur absolue du ☉
9 4681884 Log. de la grosseur absolue de la ♁
7 7834070 Log. de la grosseur absolue de la ☾

26e PROBLÈME

Étant données les grosseurs propres de ces trois corps, trouver leurs grosseurs respectives.

Il suffit de diviser les grosseurs absolues de ces trois corps l'une par l'autre ; le résultat indique alors combien de fois la grosseur de l'un est contenue dans la grosseur de l'autre.

Ainsi

\+ 15 6125736 Log. de la grosseur absolue du ☉
— 9 4681884 Log. de la grosseur absolue de la ♁
= 6 1443852 Log. de la grosseur terrestre-solaire = 1394390 6

Ensuite

\+ 15 6125736 Log. de la grosseur absolue du ☉
— 7 7834070 Log. de la grosseur absolue de la ☾
= 7 8291666 Log. de la grosseur luni-solaire = 67478700

Enfin

\+ 9 4681884 Log. de la grosseur absolue de la ♁
— 7 7834070 Log. de la grosseur absolue de la ☾
= 1 6847814 Log. de la grosseur luni-terrestre = 48,3929

27e PROBLÈME

Trouver le volume du ménisque de la Terre

Nous ferons tout d'abord remarquer que l'on n'attache pas toujours à ce mot une idée bien juste ; cependant il convient, avant de calculer son volume, de le bien faire connaître.

Le *ménisque* de la terre peut être plus ou moins considérable, et cela dépend du choix du plus court rayon de la terre que l'on peut prendre à

toute latitude comparativement au plus grand rayon qui se trouve toujours sous l'équateur.

Le *ménisque* de la terre est donc, selon nous, l'excès de la sphère terrestre calculée d'après son rayon équatorial, sur la même sphère terrestre calculée d'après un rayon plus petit, pris à une latitude quelconque.

Le *ménisque*, d'après cette définition, diminue de volume, comme l'on voit, quand le plus petit rayon est pris à une latitude moins grande ; et, au contraire, il devient plus considérable quand le plus court rayon est pris à une plus grande latitude. Le *ménisque* total est celui qui suppose la latitude du pôle.

Cela supposé et bien compris, il s'agit maintenant de donner une idée du calcul qui fait connaître le volume de ce *ménisque* terrestre, et pour cela, nous allons calculer celui de la latitude du pôle.

Calculez d'abord le volume de la sphère terrestre sur son rayon équatorial ; puis, le volume de cette même sphère sur son rayon polaire ; soustrayez le plus petit volume du plus grand, et vous aurez, dans le reste, le volume cherché de son *ménisque*.

On sait que, pour obtenir le volume ou le cube d'une sphère, il faut d'abord calculer la circonférence au moyen du diamètre ou du rayon donné, puis multiplier la circonférence par la moitié du rayon, pour avoir, dans le résultat, la surface du grand cercle ; ensuite quadrupler cette surface, pour avoir celle de la sphère entière ; et enfin multiplier ce nombre ainsi quadruplé ou cette surface totale de la sphère, par le tiers du rayon.

On observera cependant que, dans le cas présent, on peut se contenter, sans nuire au résultat, de prendre le cube de chaque rayon, grand et petit, de la terre, et de les comparer ensemble (voyez prob. 25).

Voici notre calcul :

9.4702458 Log. du cube du grand rayon de la terre (voyez probl. 13), exprimé en lieues cubes, = 2952880000.

9.4661340 Log. du cube du petit rayon de la terre (voyez probl. 13), exprimé aussi en lieues cubes, = 2925034000.

Or,

+	2952880000	cube du grand rayon de la terre
—	2925034000	cube du petit rayon de la terre
=	27846000	double du volume cherché du ménisque de la terre, exprimé aussi en lieues cubes (Log. 7,4447628).

Maintenant, si l'on veut mettre le volume moyen de la terre en rapport de comparaison avec le *ménisque* simple de ce corps planétaire, et dont le double vient d'être trouvé, on prendra d'abord le cube du rayon moyen de la terre, et on divisera ensuite ce cube par le volume simple du *ménisque* de la terre : on aura, au quotient, le nombre de fois que le volume réel de la terre contient le volume de son *ménisque*, en supposant alors ce dernier égal à 1.

Voici encore :

+	9.4681884.	Log. du cube du rayon moy. de la T. (voyez prob. 13).
—	7.1437328.	Log. du volume réel du *ménisque* de la T.
=	2.3244556.	Log. du nombre de fois que le volume de la terre contient le volume réel de son *ménisque*, = 211,084.

§ 2

Leurs masses

28 e PROBLEME

Etant donné le grand produit de la terre plus le grand produit de la lune, trouver la masse terrestri solaire

Il suffit de diviser le grand produit de la terre par le grand produit de la lune le quotient indiquera la masse cherchée

Cette solution base sur ce que le premier produit fut équilibre avec celui de la lune multiplie par la masse solaire (voyez 3 e partie, chap 1, art 2)

Voici le calcul

+ 27 4835686 Log du grand produit de la T
— 21 9296864 Log du grand produit de la L
= 5 5538822 Log de la masse terrestri-solaire, = 357999,41

29 e PROBLEME

Etant donne ou bien le grand produit de la terre avec le petit produit du soleil et la masse de ce dernier ou bien encore le grand produit de la lune avec le petit produit du soleil trouver simultanément dans l'un et l'autre cas, la masse terrestri lunaire et la masse luni terrestre

1 er CAS

Nous avons dans ce cas, pour données le grand produit de la terre, le petit produit du soleil, et la masse de ce dernier

Il faut pour résoudre ce problème d'abord diviser le grand produit de la terre par le petit produit du soleil pour avoir le quotient ensuite, diviser ce quotient par la masse du soleil, et l'on aura ainsi, dans un second quotient la masse luni terrestre Si alors on divise l'unité par ce second quotient on aura au résultat la masse cherchée terrestri lunaire (la masse de la terre étant alors égale a 100)

Tout ceci repose sur le théorème 6

En voici le calcul

+ 27 4835686 Log du grand produit de la terre
— 22 8017040 Log du petit produit du soleil
= 4 6818646 Log du premier quotient

Or

+ 5 5538822 Log de la masse terrestri-solaire
— 4 6818646 Log du premier quotient trouvé plus haut
= 0 8720176 Log du deuxieme quotient =7,44762 (voyez la remarque qui est faite dans la solution du second cas ci après)

Maintenant

+ 0 0000000 Log de 1
— 0 8720176 Log du nombre précédent
= (—1) 1279824 Log de la masse cherchée de la L = 0 134271

2.^e CAS.

Les données, pour ce cas, sont : le petit produit du soleil et le grand produit de la lune avec lesquels il faut trouver les deux masses terrestri-lunaire et luni-terrestre.

Et d'abord, pour trouver, au moyen de ces données, la masse de la terre, il suffit de diviser le petit produit du soleil par le grand produit de la lune et le résultat indiquera la masse luni-terrestre.

En voici le calcul :

+ 22.8017040 Log. du petit produit du S.
— 21.9296864 Log. du grand produit de la L.
= 0.8720176 Log. de la masse luni-terrestre (celle de la lune étant de 0,1.)

Il est ici une remarque essentielle à faire sur la manière dont on doit considérer ce dernier logarithme.

Il est en effet évident que la masse de la terre, qui est supposée égale à 1, quand on la compare à celle du soleil, comme nous l'avons supposé dans le premier cas, devient ici l'unité divisée par la masse lunaire; et qu'en conséquence celle-ci n'ayant pour figures positives, comme on le voit dans le problème précédent, et plus bas, dans la seconde partie de celui-ci, que des décimales sans unité, la masse terrestre, exprimée ainsi par 1, prend autant de colonnes d'entiers qu'il y a, dans l'expression de la masse lunaire, de zéros avant les chiffres positifs. Or, dans l'expression de la masse lunaire, le premier chiffre positif est dans la colonne des dixièmes : donc, la masse terrestre, exprimée par 1, relativement à la masse solaire, devient ici égale à 10, divisés par la masse lunaire, c'est-à-dire $\frac{10}{0\ 134271} = 74,4762$. (Log. 1.8720176).

Ensuite, pour trouver encore, au moyen de notre même donnée, la masse de la lune, il suffit de diviser le grand produit de la lune par le petit produit du soleil, et le quotient est ce que l'on cherche. c'est l'inverse du calcul précédent.

Voici ce calcul :

+ 21.9296864 Log. du grand prod. de la L.
— 22.8017040 Log. du petit produit du S.
= (—1).1279824 Log. de la masse terrestri-lunaire (celle de la terre étant 10, par la raison indiquée ci-dessus.)

§ 3.

Leurs densités.

30.^e PROBLÈME.

Etant donnés les volumes de deux corps, par exemple du soleil et de la terre, trouver leurs densités respectives.

Avant tout, nous ferons remarquer que, lorsqu'il s'agit de corps ronds, comme sont les sphères et comme peuvent être supposées les planètes, on peut remplacer, dans le calcul, les volumes (qui résultent chez les polyèdres du produit des longueur, largeur et hauteur) par les cubes des rayons, et c'est en effet ce que nous ferons dans la solution du problème proposé.

Nous ferons encore remarquer que la densité d'un corps s'obtient en divisant sa masse par son volume, c'est-à dire puisqu'il s'agit ici de sphères par le cube de son rayon que par conséquent la densité de deux sphères sont entre elles comme leurs masses divisées par les cubes de leurs rayons

Ainsi, pour répondre au problème proposé, connaissant les masses du soleil et de la terre, nous ferons cette proportion

« La masse du soleil divisée par le cube de son rayon est à la masse de la terre divisée par le cube de son rayon, comme la densité du soleil, supposée égale à 1, est à la densité de la terre »

Pour abréger le calcul de cette proportion, il suffit de diviser le rayon du soleil par celui de la terre, de cuber le quotient résultant, et de diviser ce cube par la masse du soleil on aura ainsi, dans le résultat, l'expression de la densité de la terre, celle du soleil étant 1

En voici le calcul

+ 5 2041912 Log du rayon du S exprimé en lieues
— 3 1560628 Log du rayon de la T aussi exprimé en lieues
= 2 0481284 Log du quotient

Ainsi

+ 6 1443852 Log du cube du quotient précédent
— 5 5538822 Log de la masse terrestri-solaire
= 0 5905030 Log de la densité cherchée soli-terrestre, = 3,89496

31 e PROBLEME

Étant donnée la densité soli terrestre, trouver la densité terrestri solaire

Il suffit pour cela de diviser la densité du soleil supposée préalablement égale à 1 par celle de la terre le quotient amènera l'expression de la densité solaire comparativement à celle de la terre qui alors deviendra égale à 1

Voici

+ 0 0000000 Log de la densité du S, supposée égale à 1
— 0 5905030 Log de la densité soli-terrestre trouvée plus haut
= (—1) 4094970 Log de la densité cherchée terrestri-sol, = 0,256742

Nous ferons remarquer que le calcul précédent est le même que la proportion suivante savoir

« Le cube du rayon solaire est au cube du rayon terrestre comme la masse terrestri-solaire est à la masse soli-terrestre, divisée par la densité soli-terrestre »

En voici le calcul

— 15 6125736 Log du cube du rayon solaire
+ 9 4681884 Log du cube du rayon moyen de la terre
+ 5 5538822 Log de la masse terrestri-solaire
= — 1 4094970 Log de la masse soli terrestre, divisée par la densité soli-terrestre = 0 256742

32.e PROBLÈME.

Étant donnés les rayons de la terre et de la lune, plus les masses de ces deux astres, trouver leurs densités respectives.

Pour trouver la densité terrestri-lunaire on fera le même calcul que précédemment, c'est-à-dire qu'on divisera le rayon de la terre par celui de la lune; puis, après avoir cubé le quotient, on divisera ce cube par la masse luni-terrestre, et l'on aura ainsi, dans le résultat, la densité terrestri-lunaire.

Voici ce calcul :

+	3.1560628	Log. du rayon de la T., exprimé en lieues (Prob. 13.)
—	2.5944690	Log. du rayon de la L., aussi exp. en lieues (Prob. 17.)
=	0.5615938	Log. du quotient.

Puis :

+	1.6847814	Log. du cube du quotient précédent.
—	1.8720176	Log. de la masse luni-terrestre.
=	(—1).8126638	Log. de la densité terrestri-lunaire, = 0,64962605.

§ 4.

Leurs vitesses.

N.° 1.er

Vitesse de la Terre.

33.e PROBLÈME.

Etant donnée la distance de la terre au soleil, trouver la valeur linéaire de l'ellipse que parcourt cette planète pendant sa révolution sidérale.

On peut considérer la distance donnée comme le rayon d'un cercle, et alors, pour répondre au problème, il suffit de chercher la circonférence par le rapport de celle-ci à son diamètre, savoir : 1 : 3,1415926.

Ainsi :

+	7.5362546	Log. de la dist. de la T. au S., exp. en lieues (Prob. 11.)
+	0.3010300	Log. de 2, pour faire le diamètre.
+	0.4971499	Log. du rapp. du diamètre à la circonf. = 3,141592.
=	8.3344345	Log. de l'ellipse terrestre, exprimée en lieues.

34.e PROBLÈME.

Étant donnée, en mesure linéaire, soit en lieues, la valeur de l'ellipse que décrit annuellement la terre autour du soleil, trouver le nombre de lieues que cette planète parcourt, par son mouvement de translation, en un jour, en une heure, etc.

Il ne faut, pour cela, que diviser la valeur, trouvée dans le problème précédent, de l'ellipse terrestre, par le nombre des jours de l'année, et le résultat indiquera le nombre de lieues parcourues par la terre en un jour.

On diviserait ce quotient par 24, si l'on voulait connaître combien de

lieues la terre parcourt en une heure dans son ellipse et ce dernier nombre de lieues par 60, si l'on voulait savoir le trajet de la terre en une minute etc.,

Voici

+ 8 3344345 Log de l'ellipse terrestre, exprimée en lieues (Prob. 33)
— 2 5625976 Log de la durée de la révol. sid. de la terre (Prob. 1)
= 5 7718369 Log du nombre de lieues que parcourt la terre dans son ellipse en un jour, = 591340

Maintenant

+ 5 7718369 Log précédent
— 1 3802112 Log de 24 heures contenues en un jour
= 4 3916257 Log du nombre de lieues parcourues par la terre dans son ellipse, en une heure, = 24639,144

Après cela

+ 4 3916257 Log précédent
— 1 7781513 Log de 60 minutes contenues en une heure
= 2 6134744 Log du nombre de lieues parcourues par la terre dans son ellipse, en une minute, = 410,6205

N° 2

Vitesse du Soleil

35° PROBLÈME

Étant donné ou bien le rayon solaire exprimé soit en lieues, ou bien l'espace linéaire que parcourt la lune dans son ellipse pendant un temps déterminé, par exemple, pendant un jour trouver la vitesse linéaire de l'équateur solaire pendant le même intervalle de temps

Dans le premier cas regardant le rayon solaire comme celui d'un cercle, on calculera, comme dans le problème précédent, la longueur linéaire de l'équateur solaire, puis, on divisera cette longueur par la durée de la rotation de cet astre on aura alors, dans le quotient, la vitesse cherchée de l'équateur solaire dans son mouvement de rotation, pendant l'espace d'un jour

Ainsi

+ 6 0093714 Log de la long. de l'équat. solaire exprimée en lieues (probl. 18)
— 1 4054348 Log de la durée de la rotation du S. (prob. 6)
= 4 5969363 Log du nombre de lieues que parcourt l'équat. sol. en un jour, par son mouv. de rotat., = 39530,905

Dans le second cas, on observera que la vitesse linéaire de l'équateur solaire, dans son mouvement de rotation, pendant un temps donné, est double de celle de la lune dans son ellipse autour de la terre pendant le même temps (voyez le théorème 4)

Donc

+ 4 5969363 Log de la vitesse linéaire de l'équat. du S., en un jour
— 0 3010300 Log de 2
= 4 2959063 Log de la vitesse linéaire de la L. dans son ellipse, en un jour, = 19765,452

N.° 3.

Vitesse de la Lune.

36.e PROBLÈME.

Etant donnée, ou bien la distance exprimée, par exemple en lieues, de la lune à la terre ; ou bien la viteese de la terre dans son ellipse ; ou bien encore celle de l'équateur solaire : trouver la vitesse de la lune dans sa translation autour de la terre.

Dans le premier cas, on peut calculer, comme dans le problème précédent, la circonférence lunaire, et diviser celle-ci par la révolution sidérale de ce satellite.

Exemple :

\+ 5.7324135 Log. de la longueur de l'ellipse lunaire (probl. 11).
— 1.4365072 Log. de la durée de la révol. sid. de la L. (probl. 3).
= 4.2959063 Log. de la vitesse cherchée de la lune, la même que plus haut, au probl. précédent, = 19765,452.

Dans le second cas, on observera que, si l'on multiplie la vitesse terrestre par la différence géométrique du jour solaire au jour sidéral (problème 50), pour diviser ensuite le produit par le nombre 30 : on aura, dans le résultat, la vitesse cherchée de la lune dans son ellipse autour de la terre, pendant un jour (voyez théorème 4).

Ainsi :

\+ 5.7718369 Log. de la long. de l'ellipse terrestre exprimée en lieues.
\+ 11907 Log. de la diff. géom. du jour sol. au jour sid. (prob. 55).
= 5.7730276 Log. du produit.

Or,

\+ 5.7730276
— 1.4771213 Log. de 30.
= 4.2959063 Log. de la vitesse cherchée de la L., même que plus haut (probl. 35).

Dans le troisième cas, il suffira de prendre la moitié de la vitesse solaire, comme suit :

\+ 4.5969363 Log. de la vitesse de l'équat. sol. (probl. 35).
— 0.3010300 Log. de 2.
= 4.2959063 Log. de la vitesse lun.; même encore que plus haut.

N.° 4.

Vitesse de l'équateur terrestre.

37.e PROBLÈME.

Étant donnés les espaces linéaires que parcourent, en un jour, la terre dans son ellipse autour du soleil, et la lune dans la sienne autour de la terre ; plus, la longueur, comptée en lieues, de la circonférence moyenne que

la terre par son mouvement de rotation décrit dans le même temps trouver la vitesse qui anime l equateur terrestre dans sa rotation respectivement aux vitesses de la terre et de la lune dans leurs mouvements de translation

On remarquera avant d en venir a la solution de ce probleme, que la circonference ***equatoriale*** de la terre, comptée en lieues, est plus longue que la circonference ***moyenne*** (voyez prob 13), mais il ne s agit ici que de la circonference ***moyenne*** de cette planete

On remarquera encore que cette circonference est décrite par la rotation de la terre, dans la duree, non d un jour solaire mais seulement d un jour sideral (voyez prob 5)

Cela suppose, voici la marche de notre calcul

Si vous divisez l espace que parcourt la lune en un jour dans son ellipse, par 300 vous trouverez au quotient le même nombre que si vous divisiez l espace que parcourt la terre dans son ellipse en un jour par la circonference moyenne de la terre

Ainsi

+ 4 2959061 Log de l espace que parcourt en un jour la L (Prob 35)
— 2 4771212 Log de 300
= 1 8187849 Log du quotient = 65 8848

Maintenant

+ 5 7730276 Log de l espace que parcourt en un jour la T
— 3 9542427 Log de la circonference moyenne de la terre
= 1 8187849 Log du quotient, le meme que plus haut = 65,8848, nombre de fois que la vitesse de la translation de la terre est plus grande que celle de la rotation equatoriale de cette planete

Si, apres cela vous divisez l espace que parcourt la lune dans son ellipse en un jour, par la longueur de l equateur terrestre, vous aurez, au quotient, le même nombre qu en divisant le quotient ci-dessus, par 30

En voici encore le calcul

+ 4 2959063 Log de l espace parcouru en un jour par la L dans son ellipse (Prob 35)
— 3 9542427 Log de la circonférence terrestre
= 0 3416637 Log du quotient = 2 19616

Maintenant

+ 1 8187849 Log du quotient trouve plus haut
— 1 4771212 Log de 30
= 0 3416637 Log du quotient, le même que ci-dessus = 2,19616, nombre de fois dont la vitesse de la L dans son ellipse est plus grande que celle de la rotation equatoriale de la terre

§ 5.

Attraction mutuelle des trois corps l'un vers l'autre.

38.e PROBLÈME.

Trouver le degré de la force attractive qu'exercent le soleil et la lune sur les eaux de l'Océan.

Ce problème, si intéressant pour le calcul des marées n'a pas encore jusqu'aujourd'hui, reçu, faute de données exactes, de solution certaine. (1) Les moyens qui nous ont fait connaître les masses respectives de la terre et de la lune (Prob. 28 et 29), étant, comme nous pensons, exempts des incertitudes auxquelles étaient sujets ceux qui ont été toujours usités jusqu'à ce moment, nous pouvons affirmer que le chiffre que nous allons chercher pour représenter le degré de force que la lune exerce sur les marées, est exact.

Or, on peut, pour résoudre ce problème, employer les deux procédés que nous allons rapporter :

1.er PROCÉDÉ.

« Le carré de la durée de l'année sidérale (prob 1), divisé d'abord par le carré de la durée de la révolution sidérale de la lune (prob 3), et ensuite par la masse luni-terrestre (prob. 29) donne, au quotient, l'expression numérique de l'action que la lune exerce sur les eaux maritimes, l'action du soleil étant supposée égale à 1. » (Voyez Lallande, abrégé d'astronomie, N.o 1029.)

Nous ferons remarquer, avant d'en venir au calcul, que la masse de la terre dont il est ici parlé, est égale à 74.4762, relativement à celle de la lune qui est alors considérée comme étant égale à 1. (Voyez problème 29, 2.e cas.)

Cela supposé, voici notre calcul :

+ 5.1251952 Log. du carré de l'année sid. (Prob, 1.)
— 2.8730144 Log. de la révol. sid. de la L. (Prob. 3.)
— 1.8720176 Log. de la masse luni-terrestre.
= 0.3801632 Log. de la force attractive de la L., exercée à la surface de la T., celle du S. étant 1 = 2,39973.

2.e PROCÉDÉ.

Il repose sur ce principe, savoir, que « la force centrale diminue en raison directe des masses, et en raison inverse du cube de la distance, quand on la décompose dans une direction différente de la direction primitive, comme cela arrive pour l'action du soleil et de la lune sur les marées, qui a lieu dans la direction du centre de la terre. » (Voyez Lallande, abrégé d'astronomie, N.o 1028.)

D'après ce principe, il suffit pour satisfaire au problème, d'abord de diviser le cube de la distance du soleil à la terre, par le cube de la distance

---

(1) En supposant l'action du soleil sur les eaux de la mer, égale à 1, Bernouilli fait l'action de la lune égale à 2,5 ; Lallande la fait égale à 2,7, et le célèbre Laplace, à 3.

de la lune à la terre afin d'avoir le quotient ; ensuite de multiplier la masse luni-terrestre par la masse terrestri-solaire et enfin de diviser le produit par le quotient susdit ; on aura, dans le résultat, l'expression du degré de force qu'exerce la lune à la surface des eaux maritimes, l'action du soleil sur ces mêmes eaux étant encore égale à 1.

Voici ce calcul :

+	22 6087638	Log.	du cube de la dist. du S. à la T.
—	14 8027008	Log.	du cube de la dist. de la L. à la T.
=	7 8060630	Log.	du quotient.

Maintenant :

+	5 5538822	Log.	de la masse terrestri-solaire (Prob. 28.)
+	1 8720176	Log.	de la masse luni-terrestre (Prob. 29.)
=	7 4258998	Log.	du produit.

Enfin :

+	7 8060630	Log.	du quotient précédent.
—	7 4258998	Log.	du produit ci-dessus,
=	0 3801632	Log.	de l'action cherchée de la lune sur les eaux de la mer, celle du soleil étant 1. Ce logarithme est le même, comme on voit, que ci-dessus, = 2,39973.

§ 6

Pesanteur à la surface des trois corps

39 e PROBLÈME

Étant donnés la masse terrestri-solaire, plus le rayon du soleil avec le rayon de la terre, trouver le poids d'un corps placé à la surface du soleil, en supposant que ce corps placé à la surface de la terre, ait un poids égal à 1.

On divisera d'abord le rayon du soleil par celui de la terre, afin d'avoir le rayon de la terre égal à 1.

Ensuite, on divisera la masse terrestri-solaire par le rayon solaire, ainsi divisé, et l'on aura dans le quotient résultant la pesanteur d'un corps placé à la surface du soleil, pesanteur qui, ramenée sur la terre, serait alors égale à 1. (Voyez Lallande, abrégé d'astronomie, N° 1002.)

En voici le calcul :

+	5 2041912	Log.	du rayon du S. compté en lieues.
—	3 1560628	Log.	du ray. de la T. aussi compté en lieues.
=	2 0481284	Log.	du quotient ou du rayon solaire réduit.

Ensuite :

+	5 5538822	Log.	de la masse terrestri-solaire.
—	4 0962568	Log.	du carré du quotient précédent.
=	1 4576254	Log.	de la pesanteur cherchée, laquelle, étant égale à 1 sur la surface de la terre, devient sur la surface du soleil égale à 28,68305.

40.^{e} PROBLÈME.

Étant donnés la masse luni-terrestre, plus les rayons de la terre et de la lune (prob. 13 et 17), trouver la gravité d'un corps placé à la surface de la terre, en supposant que ce corps, placé à la surface de la lune, y ait une gravité égale à 1.

C'est la même chose que plus haut : on divisera le rayon moyen de la terre par le rayon de la lune, afin d'avoir ainsi celui-ci réduit à 1 ; on carrera le quotient, et par ce carré on divisera la masse luni-terrestre. On aura, dans le résultat, la gravité d'un corps placé à la surface terrestre, gravité qui serait égale à 1, si le corps qui la produit était placé à la surface de la lune.

En voici encore le calcul :

+ 3.1560628 Log. du rayon moyen de la T., expr. en lieues. (Prob. 13.)
— 2.5944690 Log. du rayon de la L., aussi exprimé en lieues. (Prob. 17.)
= 0.5615938 Log. du quotient ou du rayon de la T. réduit.

Maintenant :

+ 1.8720176 Log. de la masse luni-terrestre. (Prob. 29, 2.^{e} cas.)
— 1.1231876 Log. du carré du quotient précédent.
= 0.7488300 Log. de la pesanteur cherchée, laquelle, étant égale à 1 sur la surface de la lune, deviendrait, sur la surface de la terre, égale à 5,60828.

41.^{e} PROBLÈME.

Un corps pesant 1 à la surface de la lune, et pesant 5,60828 à la surface de la terre, combien pèserait-il à la surface du soleil ?

Pour résoudre cette question, il suffit de multiplier la gravité trouvée dans le problème précédent (40), par la gravité trouvée sur le soleil (prob. 39), et l'on aura, dans le produit, la réponse. C'est 5,60828×28,68305 =160,86171516.

§ 7.

Chute de l'un vers l'autre des trois corps.

42.^{e} PROBLÈME.

Étant donnée la révolution sidérale de la terre, trouver le temps que mettrait cette planète a tomber sur le soleil.

La règle qui conduit à la solution de ce problème consiste à dire :

« La racine carrée du cube de 2, est à 1, comme la demi-révolution sidérale de la terre (il en serait de même de toute autre planète) est au temps de sa chute jusqu'au centre de l'attraction. »

Le même raisonnement appliqué à la lune, ferait aussi connaître le temps que ce satellite mettrait pour tomber jusqu'au centre de la terre.

Ainsi :

0.3010300 Log. de 2.
0.9030900 Log. du cube de 2.
0.4515450 Log. de la racine carrée du cube précédent.

Après cela

+ 2 5625976 Log de la révol sid de la T
— 0 3010300 Log de 2
= 2 2615676 Log de la demi-durée de la révol sid de la T (Prob 1)

Maintenant

— 0 4515450 Log de la racine carrée trouvée plus haut
+ 0 0000000 Log de 1
+ 2 2615676 Log de la demi-année sidérale
= 1 8100226 Log du temps cherché que la terre mettrait à tomber sur le soleil, = 64 jours 5678

Si l'on veut se donner la peine de faire le même calcul pour la lune, on trouvera que ce satellite mettrait, pour arriver, en tombant au centre de la terre, 4 jours 829805 (Log 0 6839331)

Et quant au soleil, étant le centre de la gravitation, on ne le suppose pas capable de tomber sur les autres corps

On suppose, dans ce qui vient d'être dit, le mouvement accéléré car quand on dit qu'un boulet de canon, en parcourant 200 toises par seconde emploierait 12 ans 1/2, pour aller jusqu'au soleil, on suppose le mouvement uniforme (Voyez Lalande, ibid N° 1038)

CHAPITRE II

AUTRES PROBLÈMES SUR TOUS LES CORPS DU SYSTÈME SOLAIRE

1° Masses et densités de toutes les planètes 2° Application des lois astronomiques 3° Certains rapports entre les planètes

ARTICLE PREMIER

MASSES ET DENSITÉS

§ 1er

Masses des planètes

1° Non escortées 2° Escortées

N° 1er

Masses des planètes non escortées

POINT 1er

De Mercure et de Vénus

43e PROBLÈME

Étant données les révolutions sidérales de la terre, de Vénus et de Mercure, avec la masse luni-terrestre et la masse de l'une de ces deux dernières planètes trouver la masse de l'autre

Divisez d'abord la révolution de la terre et par celle de Mercure et par celle de Vénus afin d'avoir les deux quotients ; ensuite, divisez le plus grand de ces deux quotients par le plus petit afin d'avoir un troisième quotient ; enfin, multipliez ce dernier par la masse luni-terrestre et vous aurez, au produit (à la caractéristique près), le produit des deux masses mercuri-solaire et vénéri-solaire. D'où il suit qu'en divisant ce produit par la masse connue, vénéri-solaire, vous aurez au quotient la masse mercuri-solaire.

En voici le calcul :

+ 2.5625976 Log. de la révolution de la T.
— 1.9442897 Log. de la révolution de Mercure.
= 0.6183079 Log. du premier quotient.

Maintenant :

+ 2.5625976 Log. de la révolution de la T.
— 2.3516032 Log. de la révolution de Vénus.
= 0.2109944 Log. du deuxième quotient.

Donc :

+ 3.0915395 Log. de la 5.e puiss. du premier quotient.
— 1.0549720 Log. de la 5.e puiss. du deuxième quotient.
= 2.0365675 Log. du troisième quotient.

Après cela :

+ 2.0365675 Log. du troisième quotient ci-dessus.
+ 1.8720176 Log. de la masse luni-terrestre.
= 3.9085851 Log. du produit des masses mercuri-solaire et vénéri-solaire, à la caractéristique près qu'il faut ici augmenter de huit unités.

Donc :

+ 11.9085851 Log. du produit précédent augmenté de huit unités.
— 5.6030609 Log. de la masse vénéri-solaire.
= 6.3055142 Log. de la masse mercuri-solaire.

Maintenant, pour avoir les masses de Vénus et de Mercure respectivement à celle de la terre prise comme unité, il suffit des deux petits calculs suivants, qui consistent simplement à diviser la masse terrestri-solaire par chacune des deux masses indiquées ci-dessus :

+ 5.5538822 Log. de la masse terrestri-solaire.
— 6.3055142 Log. de la masse vénéri-solaire.
= — 1.2483680 Log. de la masse de Mercure, celle de la Terre étant 1, = 0,177202.

Maintenant :

+ 5.5538822 Log. de la masse terrestri-solaire.
— 5.6030609 Log. de la masse mercuri-solaire.
= — 1.9508213 Log. de la masse terrestri-vénusienne = 0,89294.

POINT 2

De Mars et Astéroïde

14e PROBLÈME

Étant données les mêmes choses que dans le problème précédent, pour Mars et Astéroïde, c'est-à-dire les révolutions sidérales de ces deux planètes et de la Terre, avec la masse luni-terrestre et la masse de l'une des deux autres, de Mars par exemple, trouver la masse d'Astéroïde.

Ce problème repose sur le même théorème que le précédent, et par conséquent, exige le même calcul.

Voici donc comme nous procéderons encore :

+ 2 8369440 Log de la révolution de Mars
— 2 5625976 Log de la révolution de la Terre
= 0 2753464 Log du premier quotient

Maintenant

+ 3 1800287 (1) Log de la révolution d'Astéroïde (Voyez probl. 47.)
— 2 5625976 Log de la révolution de la Terre
= 0 6174311 Log du deuxième quotient

Donc

+ 3 0871555 Log de la 5e puissance du deuxième quotient
— 1 1017260 Log de la 5e puissance du premier quotient
= 1 9854295 Log du troisième quotient

Après cela

+ 1 9854295 Log du troisième quotient ci-dessus
+ 1 8720176 Log de la masse luni-terrestre
= 3 8574471 Log du produit des masses marti-solaire et astéroï-solaire à la caractéristique près, caractéristique qu'il faut encore augmenter, comme précédemment, de huit unités.

Donc

+ 11 8574471 Log du produit précédent augmenté de huit unités
— 6 4281894 Log de la masse marti-solaire
= 5 4292577 Log de la masse astéroï-solaire

Maintenant, pour avoir les masses, relativement à celle de la Terre, des deux planètes susdites, nous ferons encore comme plus haut

+ 5 5538822 Log de la masse terrestri-solaire
— 5 4292577 Log de la masse astéroï-solaire
= 0 1246245 Log de la masse terrestri-astéroïdale, = 1,33235

Après cela

+ 5 5538822 Log de la masse terrestri-solaire
— 6 4281894 Log de la masse marti-solaire
=(—1) 1256928 Log de la masse terrestri-martiale, = 0,13357

---

(1) Ce logarithme est un logarithme moyen pris entre tous ceux qui représentent la durée de la révolution sidérale de chacune des quarante-deux astéroïdes connues. Voyez son nombre correspondant au tableau du prob. 47.

N.º 2.

Masses des planètes escortées.

45.ᵉ PROBLÈME

Etant donnés le grand produit de la terre, plus le grand produit de l'un quelconque des satellites d'une planète escortée : trouver la masse de celle-ci.

Ce problème est facile à résoudre par l'application du principe de l'équilibre. Il suffit en effet de diviser le grand produit de la terre par le grand produit du satellite donné, et le quotient indique la masse du soleil, masse qui suppose celle de la planète escortée égale à l'unité.

En voici le calcul appliqué à Jupiter.

+ 27.4835686 Log. du grand produit de la Terre.
— 24.4662614 Log. du satellite de Jupiter.
= 3.0173072 Log. de la masse jovi-solaire.

Or :

+ 5.5538822 Log. de la masse terrestri-solaire.
— 3.0173072 Log. de la masse précédente, jovi-solaire.
= 2.5365750 Log. de la masse terrestri-jovielle.

Ce même calcul pourtant s'applique à toutes les planètes escortées, nous nous contenterons de cet exemple.

§ 2.

Densités de toutes les planètes.

46.ᵉ PROBLÈME.

Etant donnés la masse et le rayon d'une planète quelconque, escortée ou non escortée, trouver la densité de cette planète.

Pour obtenir la densité d'une planète avec ces données, il n'y a qu'à diviser sa masse par son rayon : le quotient exprime alors la densité cherchée.

Nous ferons remarquer que, pour pouvoir comparer cette densité à celle de la terre, il faut, avant d'appliquer la solution qui vient d'être indiquée, prendre le rayon de la planète qui suppose le rayon de la terre égal à l'unité. De même il faut ramener la masse de cette même planète à une expression qui suppose aussi la masse de la terre égale à 1.

Maintenant, voici notre calcul appliqué à Vénus.

+ (—1).9508213 Log. de la masse terrestri-vénusienne. (Prob. 43.)
—(—1).9809119 Log. du rayon terrestri-vénusien.
= —1.9699094 Log. de la densité terrestri-vénusienne, = 0,93306

Ce même calcul pouvant encore s'appliquer à toutes les autres planètes, nous nous abstiendrons de donner d'autre exemple.

ARTICLE 2

APPLICATION DES LOIS ASTRONOMIQUES

§ 1 er

Loi de Képler

Appliquée 1 ° a toutes les planètes 2 ° aux satellites de chaque planète

Nous ferons d abord remarquer que la loi de Képler, telle qu elle a été formulée par cet astronome lui-même (voyez 3 e partie de ce traité chapitre II) a assez d étendue pour pouvoir être appliquée a toutes les planètes entre elles, et en même temps a tous les satellites d un même système, c est-a-dire d une même planète, que cette même loi ne peut cependant servir qu a résoudre les problèmes qui ont pour objet les distances et les révolutions sidérales de ces corps, sans pour cela pouvoir mener par elle-même a trouver les éléments de leurs masses et de leurs densités

N ° 1 er

Distances et révolutions de toutes les planètes trouvées par la loi de Képler

47 e PROBLÈME

Étant données les durées des révolutions sidérales de deux planètes avec la distance de l une d elles au soleil, trouver la distance de l autre au même astre ou bien étant données les distances de deux planètes au soleil avec la durée de la révolution sidérale de l une d elles, trouver la durée de la révolution sidérale de l autre

Il est facile de répondre a ce problème au moyen de l une des trois lois de Kepler, par laquelle nous savons que

« Les cubes des distances des planètes sont réciproques aux carrés de la durée de leurs révolutions sidérales »

Ainsi, pour trouver supposons la distance de Mercure au soleil, étant données les durées des révolutions de cette planète et de la terre, avec la distance de cette dernière, il suffira de cette proportion

« Le carré de la durée de la révolution sidérale de la terre est au carré de la durée de la révolution sidérale de Mercure, comme le cube de la distance de la terre au soleil est au cube cherché de la distance de Mercure au soleil »

Nous ferons remarquer que, pour éviter le transport des termes de la proportion, et en même temps pour avoir un nombre constant qu il ne faille jamais décomposer, il vaut mieux appliquer cette loi, en multipliant le cube de la distance d une planète par le complément géométrique (voyez ce mot 1 re partie, chapitre IX), du carré de la durée de la révolution sidérale de cette même planète, par la raison qu alors il n y a plus qu a soustraire simplement de ce produit le cube de la distance ou le complément du carré de la révolution de l autre, et qu ainsi on a de suite dans le quotient ce que l on cherche

Nous allons ainsi opérer, en supposant que les distances de la terre et de Jupiter sont connues avec l année sidérale

D abord, on cubera chacune de ces deux distances données, et l on aura ainsi

Pour le cube de la distance de la terre au soleil :

Log. 7.5362546 × 3 = Log. 22.6087638, cube de la distance de la T.

Et pour le cube de la distance de Jupiter :

Log. 8.2589779 × 3 = Log. 24.7769337, cube de la, distance de J.

Ensuite, on carrera la durée de l'année sidérale de la terre comme suit :

Log. 2.5625976 × 2 = Log. 5.1251952, carré de l'an. sid. de la T.

Enfin, on prendra le complément géométrique jusqu'au décuple immédiatement plus haut, de ce dernier carré, et on le multipliera par le cube de la distance de la terre, indiqué ci-dessus, et l'on aura ainsi le produit constant cherché.

En voici le calcul :

+	10.0000000	Log. du décuple plus élevé que le carré précédent.
—	5.1251952	Log. du carré précédent de l'an. sid.
=	4.8748048	Log. du comp. géom. du carré précédent.

Or :

+	22.6087638	Log. du cube de la distance de la T.
+	4.8748048	Log. du comp. géom. ci-dessus.
=	27.4835686	Log. du produit constant que l'on cherche.

Donc :

+	27.4835686	Log. du même nombre constant qui précède.
—	24.7769337	Log. du cube de la distance de Jup. ci-dessus.
=	2.7066349	Log. du comp. géom. de la durée de la révol. de J.

Or :

+	10.0000000	Log. du décuple immédiatement plus élevé.
—	2.7066349	Log. du comp. géomét. précédent.
=	7.2933651	Log. du carré de la révol. sid. de J.

Donc :

7.2933651 Log. précéd. à diviser par 2, pour avoir la racine carrée.
3.6466826 Log. de la durée de la révol. sid. de Jup. égale à celle qui est indiquée au tableau ci-dessous.

On pourra suivre cette marche à l'égard des autres planètes.

Tableau des distances et des révolutions sidérales de toutes les planètes.

	Révolutions en jour et fractions de jour.	Distances exprimées en lieues.
Mercure	87,96926	13,306,050
Vénus	224,70080	24,865,200
La Terre	365,25637	34,375,915
Mars	686,97964	52,378,400
Astéroïde	1513,6700(1)	88,690,200
Jupiter	4332,58482	178,795,050
Saturne	10759,2198	327,874,000
Uranus	30686,8205	659,426,000
Neptune	60127,....	1,016,350,000

(1) Ce chiffre est une moyenne géométrique prise entre toutes les révolutions sidérales des quarante-deux astéroïdes ; en d'autres termes, c'est la quarante-deuxième racine extraite du produit de toutes les révolutions, l'une par l'autre, des quarante-deux astéroïdes connues aujourd'hui.

N° 2

Distances et révolutions des satellites de chaque planète trouvées par la loi de Kepler

48e PROBLÈME

Étant données les durées des révolutions de deux satellites quelconques d'une planète escortée avec la distance de l'un d'eux au centre de la planète, trouver la distance de l'autre au même centre de la planète ; ou bien, étant données les distances des deux satellites au centre de leur planète, avec la durée de la révolution sidérale de l'un d'eux, trouver la durée de la révolution sidérale de l'autre.

C'est le même calcul que plus haut (prob. 47), pour les planètes. Voici ce calcul appliqué aux deux premiers satellites de Saturne.

+ 11.6967670 Log. du grand produit du premier satellite.
— 9.7964698 Log. du carré de la révol. du deuxième satellite.
= 1.9002972 Log. du cube de la distance du deuxième satellite.
= 0.6334324 Log. de la racine cub. de la dist. préced., indiquant cette distance = 4,300, dans laquelle le rayon de Saturne est égal à 1.

On peut appliquer le même calcul à tous les satellites d'une même planète, mais pour l'appliquer à deux satellites appartenant à des planètes différentes, il faut encore, indépendamment des deux éléments indiqués ci-dessus, un autre élément dans les données. Nous allons en rapporter le problème.

49e PROBLÈME

Étant donnés les mêmes éléments que dans le problème précédent, avec la différence des masses de deux planètes, trouver les mêmes inconnues concernant deux satellites dont l'un appartient à l'une, l'autre à l'autre de ces deux planètes.

Avant d'appliquer notre calcul, nous ferons une remarque essentielle, c'est qu'il faut avoir soin de compter avec la même unité de mesure (par exemple, en lieues), les distances des deux satellites que l'on soumettra au calcul, par la raison que, si l'on comptait ces deux distances en prenant, comme l'on fait souvent pour les satellites, le rayon de la planète comme unité, il s'ensuivrait que, les rayons des deux planètes n'étant pas égaux entre eux, le calcul serait faussé.

Cela posé, pour résoudre le problème proposé, il suffit de diviser le grand produit qui se trouve le plus élevé, par l'autre grand produit qui est moindre, pour avoir, au quotient, la différence des masses des deux planètes dont les satellites sont soumis au calcul. En d'autres termes, le grand produit, le plus élevé, d'un satellite appartenant à une planète, divisé par la différence des masses de cette planète avec une autre escortée, est égal au grand produit d'un satellite quelconque de cette dernière. (Voyez du reste le *principe de l'équilibre*, 3e partie, chap. 1, art. 2.)

Maintenant, nous en venons à notre calcul, et nous allons l'appliquer au premier satellite de Jupiter et au troisième de Saturne.

\+ 24.4662614 Log. du grand prod. d'un satellite de Jupiter.
— 24.4176432 Log. du grand produit d'un satellite de Saturne.
= 0.3486182 Log. de la différence des masses de Jup. et de Saturne.

Ou bien, ce qui revient au même :

\+ 24.4176432 Log. du grand produit d'un satellite de Saturne.
\+ 3466182 Log. de la différence des masses de Jup. et de Saturne.
= 24.4662614 Log. du grand produit d'un satellite de Jupiter.

Nous ne finirons pas ce problème, l'un des plus intéressants peut-être de ce traité, sans faire observer qu'il peut servir à corriger les données que l'on possède déjà aujourd'hui, et qui paraissent tant soit peu inexactes, sur les masses des planètes, leurs diamètres, leurs révolutions, leurs distances, etc.

§ 2.

Application du principe de l'équilibre.

1.° D'abord, à chacune des planètes escortées séparément ; 2.° ensuite, à toutes les planètes escortées ensemble.

N.° 1.er

À chacune des planètes escortées.

50.e PROBLÈME.

A la Terre.

L'application du *principe de l'équilibre* a déjà été faite à la Terre au problème 28 ; c'est pourquoi nous y renvoyons le lecteur pour ce qui concerne la Terre.

On peut encore vérifier ce même *principe* sur chacune des autres planètes escortées, et alors, comme ces dernières ont toutes plusieurs satellites, on prendra d'abord pour grand produit du corps secondaire, le grand produit d'un seul satellite pris, à volonté, entre tous ceux qui accompagnent la planète supposée, ou bien encore une moyenne géométrique entre les grands produits de tous ces satellites (dans l'un et l'autre cas, c'est, du reste, toujours le même nombre qui en résulte) ; ensuite, on opèrera comme nous avons fait pour la terre.

Nous allons appliquer ce même *principe* successivement à chacune des planètes escortées ; et, pour diversifier le calcul que nous avons fait pour la terre, au problème 28, et ainsi faire mieux sentir l'étendue du *principe de l'équilibre,* nous chercherons la moyenne géométrique entre les grands produits de tous les satellites qui accompagnent chaque planète.

A Jupiter.

D'abord, on prendra le produit des distances des quatre satellites à cette planète, et on tirera, de ce produit, la quatrième racine, afin d'avoir, dans celle-ci, une distance moyenne, ou plutôt la distance d'un seul satellite moyen.

Voici le tableau de ces quatre distances comptées sur le rayon de la planete, pris comme unité

1 er Satellite	6,0485	Log	+ 0 7816477
2 e Satellite	9,6235	Log	+ 0 9833331
3 e Satellite	15 1546	Log	+ 1 1805446
4 e Satellite	26,9983	Log	+ 1 4303365
Produit		Log	= 4 3758619
Moyenne ou 4 e racine		Log	1 0939655

On remarquera que la distance moyenne qui vient d être trouvée, supposant, comme nous avons dit le rayon de Jupiter pris pour unité, doit, par conséquent pour etre exprimee en lieues, être multiplié par ce rayon, lequel, d apres l almanach du Bureau des Longitudes, est, respectivement a celui de la Terre, comme 11,225 sont a 1 Donc

+ 1 0501863 Log du rayon terrestri-jovial
+ 3 1560628 Log du rayon terrestre, en lieues
+ 1 0939655 Log de la distance d un satellite moyen le rayon de Jupiter etant 1
= 5 3002144 Log de la dist d un satellite moyen, comptée en lieues, = 199526,06

On fera ensuite un meme tableau des révolutions sidérales des quatre satellites et on prendra egalement la moyenne

1 er Satellite	1,769137	Log	0 2477618
2 e Satellite	3,551181	Log	0 5503727
3 e Satellite	7,154552	Log	0 8545825
4 e Satellite	16,688769	Log	1 2224243
Produit		Log	2 8721413
Revolution moyenne		Log	0 7180368

Maintenant, faisant le grand produit d un satellite moyen avec la distance moyenne et la revolution moyenne trouvees ci-dessus, on obtient, pour ce grand produit

+ 15 9006438 Log du cube de la distance d un satellite moyen
+ 8 5639264 Log du complément du carré de la revolution moyenne d un satellite moyen
= 24 4645702 Log du grand produit du satellite moyen

Ensuite divisant le grand produit de la terre (nous avons deja dit que ce grand produit est le même pour chaque planete) par ce dernier, on obtient la masse jovi-solaire, c est-a dire la masse du soleil qui suppose celle de Jupiter egale a 1

Ainsi

+ 27 4835686 Log du grand produit de la Terre
— 24 4645702 Log du grand produit du satellite moyen
= 3 0189984 Log de la masse jovi-solaire, = 1044,72

A Saturne

Nous allons encore appliquer notre *principe de l equilibre* a Saturne, et ici la vérité de ce *principe* recevra un nouveau jour

Les anneaux de cette planète ont aussi leur masse, leur révolution, leur distance, aussi bien que les satellites ; c'est pourquoi nous allons faire deux calculs séparés, l'un pour les anneaux, l'autre pour les satellites.

I.

D'abord pour les anneaux.

Voici le tableau de leurs révolutions sidérales :

1.er Anneau..................	Log. —	1.6401482.
2.e Anneau..................	Log. —	1.7227066.
Produit.... ...	Log. —	1.3628548.
Carré du produit précédent...	Log. —	2.7257096.
Compl. géom. de ce carré....	Log.	11.2742904.

Voici maintenant le tableau de leurs distances au centre de la planète, le rayon de celle-ci étant pris pour l'unité :

1.er Anneau......	3,79343	Log.	0.5790318.
2.e Anneau......	4,68113	Log.	0.6703506.
Produit......		Log.	1.2493824.
Moyenne		Log.	0.6246912.
Rayon de la planète.....		Log.	4.1088807.
Produit......		Log.	4.7335719.
Cube du précédent......		Log.	14.2007156.

Maintenant, faisant avec les deux facteurs précédents le grand produit d'un anneau moyen, nous obtiendrons :

+ 11.2742904 Log. du compl. du carré de la révol. d'un anneau moyen.
+ 14.2007156 Log. du cube de la dist. comptée en lieues.
= 25.4750060 Log. du grand produit d'un anneau moyen.

Or :

+ 27.4836686 Log. du grand produit de la T.
— 25.4750060 Log. du grand produit d'un anneau moyen.
= 2.0085626 Log. de la masse terrestri-saturnelle, = 101,9897.

II.

Ensuite pour les satellites.

Nous allons, comme précédemment, poser d'abord le tableau de leurs révolutions :

1.er Satellite...	0,94271	Log. —	1.9743781.
2.e Satellite...	1,37024	Log.	0.1367651.
3.e Satellite...	1,88780	Log.	0.2759560.
4.e Satellite...	2,73948	Log.	0.4376682.
5.e Satellite...	4,51749	Log.	0.6548972.
6.e Satellite...	15,94330	Log.	1.2025782.
7.e Satellite...	21,29700	Log.	1.3283184.
8.e Satellite...	79,35960	Log.	1.8994353.
Produit......		Log.	5.9099965.
Moyenne.....		Log.	0.7387496.
Carré de celle-ci...		Log.	1.4774992.
Compl. géom......		Log.	8.5225008.

Voici ensuite le tableau des distances des huit mêmes satellites, où le rayon de la planète est pris encore pour unité

1 er Satellite	3 7998	Log	0 5797607
2 e Satellite	4 8755	Log	0 6880187
3 e Satellite	6,0369	Log	0 7808125
4 e Satellite	7,7379	Log	0 8886207
5 e Satellite	10,7982	Log	1 0334401
6 e Satellite	25,0359	Log	1 3985607
7 e Satellite	30,3660	Log	1 4823875
8 e Satellite	72,9680	Log	1 8631321
Produit		Log	8 7147330
Moyenne		Log	1 0893416
Rayon de Saturne, en lieues		Log	4 1088807
Produit		Log	5 1982224
Cube du produit precédent		Log	15 5946672

Faisant encore avec ces facteurs le grand produit d un satellite moyen, nous aurons

+ 15 5946672 Log du cube precedent
— 8 5225008 Log du compl du carre de la revol d un satell moyen
= 24 1171680 Log du grand produit

Or

+ 27 4835686 Log du grand produit de la T
— 24 1171680 Log du grand produit d un satellite moyen
= 3 3664006 Log du quotient

Maintenant

+ 25 4750060 Log du grand produit d un anneau moyen
— 24 1171680 Log du grand produit d un satellite moyen
= 1 3578380 Log du quotient

Et puis

+ 3 3664006 Log du premier quotient ci-dessus
— 1 3578380 Log du deuxième quotient ci dessus
= 2 0085626 Log de la masse terrestri saturnelle, = 101 9897, comme plus haut Donc, si l on suppose la masse de Saturne egale a 1 la masse du soleil sera egale a 3510,1 Log 3 5453196

Nous ferons remarquer qu il est possible, avec les donnees qui viennent d etre fournies, de trouver la masse des anneaux de Saturne, en voici le calcul

D abord divisez le grand produit planetaire par le plus grand produit d un satellite moyen de Saturne, comme il vient d etre fait et vous aurez, au quotient, la masse terrestri solaire qui se retrouvera divisee par la masse totale de Saturne et de ses anneaux Ce calcul deja fait est

+ 27 4835686 Log du grand produit planetaire
— 24 1171680 Log du grand produit d un satellite moyen de Saturne
= 3 3664006 Log du quotient, lequel représente la masse terrestri-solaire divisée par la masse totale de Saturne et de ses anneaux, = 2324,88

Maintenant, si nous divisons la masse terrestri-solaire par ce dernier, nous aurons, au quotient, la masse saturni-solaire augmentée de celle des anneaux ; comme suit :

+ 5.5538822 Log. de la masse terrestri-solaire.
— 3.3664006 Log. de la masse indiquée ci dessus = 2324,88.
= 2.1874816 Log. de la masse totale de Saturne et de ses anneaux, = 153,986.

Or, 153,986 (masse terrestri-saturnelle augmentée de celle des anneaux) — 101,989 (masse terrestri saturnelle indiquée plus haut) = 52,000, qui exprime la masse des anneaux.

Il suit de là que, si l'on suppose la masse des satellites égale à 2 (supposition qui est très-plausible, comme on peut s'en assurer par la comparaison de la masse de la terre relativement à son satellite), la masse des anneaux sera la moitié de la masse de Saturne augmentée de celle des satellites.

A Uranus.

Pour appliquer la loi susdite à Uranus, il convient de mettre sous les yeux, comme il a été fait pour Jupiter, les tableaux des distances et des révolutions de ses satellites qui sont au nombre de huit, afin d'y prendre également les moyennes.

Voici le tableau des distances des satellites en question ; le rayon de la planète y étant encore égal à l'unité :

1.er Satellite...	7,4455	Log.	0.8718948.
2.e Satellite...	10,3730	Log.	1.0159076.
3.e Satellite...	13,1180	Log.	1.1178521.
4.e Satellite...	17,0140	Log.	1.2308071.
5.e Satellite...	19,8398	Log.	1.2975279.
6.e Satellite...	22,7540	Log.	1.3570557.
7.e Satellite...	45,5045	Log.	1.6580544.
8.e Satellite...	91,0100	Log.	1.9590891.
Produit......		Log.	10.5081887.
Huitième racine ou moyenne..		Log.	1.3135236.

Cette moyenne distance étant ensuite multipliée par le rayon d'Uranus, lequel est égal à 6222,32 (log. 3.7939526), on aura cette distance exprimée en lieues, distance que l'on cubera pour en faire un facteur du grand produit. Ce cube a pour log. 15.3224286.

Voici maintenant le tableau des durées des révolutions sidérales de ces huit mêmes satellites. Ces durées sont encore exprimées en jours et fractions de jour :

1.er Satellite...	2,520	Log.	0.4014005.
2.e Satellite...	4,144	Log.	0.6174197.
5.e Satellite...	5,893	Log.	0.7703364.
4.e Satellite...	8,705	Log.	0.9397688
5.e Satellite...	10,961	Log.	1.0398502.
6.e Satellite...	13,463	Log.	1.1291418.
7.e Satellite...	38,075	Log.	1.5806399.
8.e Satellite...	107,694	Log.	2.0321919.
Produit......		Log.	8.5107492.
Huitième racine ou moyenne..		Log.	1.0638437.

On prendra le carré de cette moyenne (log 2 1276874), puis le complément géométrique de ce dernier qui est 7 8723126 et on aura, dans ce complement, le second facteur du grand produit

Ainsi

+ 15 3224286 Log du cube de la dist d un satellite moyen d Uranus
+ 7 8723126 Log du compl du carre de sa revolution
= 23 1947412 Log du grand produit de ce satellite

Or

+ 27 4835686 Log du grand produit de la T
— 23 1947412 Log du grand produit du satellite moyen ci dessus
= 4 2888274 Log de la masse urani solaire, ce qui suppose la masse d Uranus, = 18,4075, celle de la terre etant l unite

A Neptune

D apres les donnees connues, le rayon de cette planete est égal au rayon de la terre multiplie par 4,719 ou 6759,47 lieues (log 3 8299128) or, le satellite qu on connaît a cette planete, le seul decouvert jusqu aujourd hui, mais qui est probablement accompagne de plusieurs autres, est eloigne de six fois le diametre ou de douze fois (12,60605) le rayon de cette planete et est par consequent, eloigne du centre de sa planete de 6759 47×12,60605 = 85210,2 lieues (log 4 9304916), dont le cube est log 14 7914748

Ensuite ce satellite acheve sa revolution sidérale autour de Neptune en 5 jours 8769 (log 0 7691483) dont le carré est 1 5382966, ayant pour complement géometrique 8 4617034

Donc

+ 14 7914748 Log du cube de la distance du satellite moyen
+ 8 4617034 Log du compl géom du carre de la révol de ce satell
= 23 2531782 Log du grand produit de ce satellite

Or

+ 27 4835686 Log du grand produit de la terre
— 23 2531782 Log du grand produit du satellite moyen susdit
= 4 2303904 Log de la masse neptuni-solaire, = 17000, ce qui suppose que la masse de cette planete est égale a 21,057, celle de la T etant 1

Il est évident que, si la science decouvrait un jour de l inexactitude dans les durees des revolutions ou dans la longueur des distances des satellites de cette planete, le resultat concernant la masse de celle ci devrait être proportionnellement modifie

N° 2

A toutes les planètes escortees ensemble

51 ° PROBLEME

Maintenant, appliquons le *principe de l equilibre* a toutes les planetes escortees ensemble, et, pour cela, posons encore les tableaux, d abord de la masse du soleil divisée successivement par celle de chacune des planetes

escortées ; ensuite, du grand produit de chaque satellite moyen, pour enfin prendre une moyenne dans chacun de ces deux tableaux.

Voici d'abord le tableau de la masse solaire divisée successivement par les masses de chacune des cinq planètes escortées.

+ 5.5538822 Log. de la masse terrestri-solaire.
+ 3.0189984 Log. de la masse jovi-solaire.
+ 3.3664006 Log. de la masse saturni-solaire.
+ 4.2888276 Log. de la masse urani-solaire.
+ 4.2303904 Log. de la masse neptuni-solaire.
= 20.4584998 Log. du produit général.
4.0916998 Log. de la masse moyenne du soleil, la moyenne prise entre les masses de toutes les planètes escortées étant 1.

Voici ensuite le tableau de tous les satellites moyens de ces planètes escortées :

+ 21.9296864 Log. du grand produit de la lune.
+ 24.4645702 Log. d'un satellite moyen de Jupiter.
+ 24.1171680 Log. d'un satellite moyen de Saturne.
+ 21.3947412 Log. d'un satellite moyen d'Uranus.
+ 23.2531782 Log. d'un satellite moyen de Neptune.
= 116.9593440 Log. du produit général.
23.3918680 Log. de la moyenne ou de la 5.e racine.

Maintenant, divisons le grand produit de la terre ou plutôt d'une planète moyenne (car c'est le même produit) par le grand produit d'un seul satellite moyen, et nous obtiendrons le nombre indiqué plus haut.

Ainsi :

+ 27.4835686 Log. du grand produit de la terre.
— 23.3918680 Log. du grand produit d'un seul satellite moyen.
= 4.0917006 Log. de la masse moyenne du soleil, divisée par la masse moyenne d'une planète moyenne, le même que plus haut.

ARTICLE 3.

CERTAINS RAPPORTS ENTRE LES PLANÈTES.

52.e PROBLÈME.

Etant donnés les chiffres qui représentent les distances de la Terre et de Mercure, plus la vitesse, le rayon de cette dernière planète, vérifiez l'exactitude de ces chiffres.

+ 7.5362546 Log. de la distance de la T.
— 7.1240497 Log. de la distance de Mercure.
= 0.4122049 Log. du quotient.

Divisez encore la distance de Mercure par sa révolution sidérale, pour avoir sa vitesse :

+ 7.1240497 Log. de la distance de Mercure.
— 1.9442897 Log. de la révolution de Mercure.
= 5.1797600 Log. de la vitesse de Mercure.

Multipliez ensuite le premier quotient par la vitesse, pour en avoir le produit

\+ 5 1797600 Log de la vitesse ci dessus
\+ 0 4122049 Log du quotient obtenu plus haut
= 5 5919649 Log du produit

Enfin divisez la distance de Mercure par ce dernier produit et vous aurez au quotient le meme nombre que si vous multipliez le rayon de Mercure par sa revolution

Ainsi

\+ 7 1240497 Log de la distance de Mercure
— 5 5919649 Log du produit ci dessus
= 1 5320848 Log du produit

Or

\+ (—1)5877951 Log du rayon de Mercure
\+ 1 9442897 Log de la révol de Mercure
= 1 5320848 Log le même que le precedent

53 e PROBLEME

La difference geometrique entre les revolutions des deux planetes la Terre et Jupiter, est egale au cube de la difference de leurs vitesses dans leurs ellipses (1)

En voici le calcul

D abord

\+ 3 6367467 Log de la revol de Jupiter
— 2 5625976 Log de la revol de la terre
= 1 0741491 Log de la difference geom cherchee

Ensuite

\+ 7 4362546 Log de la distance de la Terre
— 2 5625976 Log de la revol de la terre
= 4 9736570 Log de la vitesse de la terre en un jour dans son ellipse, vitesse egale a 94114

Enfin

\+ 8 2523540 Log de la distance de Jupiter
— 3 6367467 Log de la révol de Jupiter
= 4 6156073 Log de la vitesse de Jupiter, en un jour, dans son ellipse, vitesse = 41267,4

Or

\+ 4 9736570 Log de la vitesse de la terre ci-dessus
— 4 6156073 Log de la vitesse de Jupiter ci dessus
= 0 3580497 Log du quotient, le même que plus haut

---

(1) Nous n avons pas essaye si ce probleme ne pourrait pas etre generalise et applique a toutes les planetes indistinctement

54.e PROBLÈME.

La différence des vitesses des deux planètes, la Terre et Jupiter, dans leurs ellipses, est égale à la racine carrée de la différence de leurs distances.

En voici encore le calcul :

+ 8.2523540 Log. de la distance de Jupiter.
— 7.5362546 Log. de la dist. de la Terre.
= 0.7160994 Log. du quotient, égal au carré de la différence de leurs vitesses.

55.e PROBLEME.

La racine carrée de 10 est égale au produit de la différence géométrique des vitesses de la Terre et de Jupiter dans leurs ellipses par la densité de Saturne multipliée par 10.

En voici le calcul :

+ 0.3580497 Log. de la diff. géom. des vitesses susdites.
+ 0.1419503 Log. de la densité de Saturne multipliée par 10.
= 0.5000000 Log. de la racine carrée de 10. D'où il suit que le diamètre terrestri-saturnel est égal à 8,9705205. Log. 0,9528179.

56.e PROBLÈME.

La différence des carrés des distances de la Terre et de Jupiter, divisée par 10, donne une racine carrée qui, multipliée par 10, est égale à la rotation saturni-terrestre divisée par la densité de Saturne.

Nous allons démontrer ceci par le calcul :

0.7160994 Diff. des distances susdites. (Voyez plus haut.)
1.4321988 Log. du carré de la diff. ci-contre.
0.4321988 Log. du même carré divisé par 10.
0.2160994 Log. de la racine du carré ci-contre.
1.2160994 Log. de la racine précédente multipliée par 10.

Or :

+ 0.3580497 Log. de la rotation saturni-terrestre.
— 1.1419503 Log. de la densité terrestri-saturnale.
= 1.2160994 Log. de la racine, comme plus haut.

57.e PROBLÈME. (1)

Voici quelques comparaisons ou rapprochements entre les révolutions des planètes, lesquels pourront servir aux personnes désireuses de s'adonner à la recherche d'un plus grand nombre de rapports qui pourraient exister entre ces révolutions.

---

(1) Ce mot est encore ici employé pour la régularité.

RAPPORTS APPROCHÉS

3 fois la revolution du soleil = 1/9 de la révol. de Mars

9 » = 1/3 »

1/5 × 6 » = 1/9 »

1/5 × 9 » = 1/6 × 4 »

1/3 × 5 de la revol. de Mercure = 1/10 × 4 de la revol. de la Terre

1/2 × 3 » = 1/7 × 6 de la revol. d'Asteroide

1/7 × 5 de la revol. de Venus = 1/3 × 7 de la révol. de Mars

1/7 × 9 » = 1/9 × 6 de la revol. de Jupiter

6 fois la revol. de la Terre = 1/7 × 5 de la révol. d'Uranus

1/9 × 7 de la revol. d'Asteroide = 1/9 de la revol. de Saturne

RAPPORTS TRÈS-APPROCHÉS

1° 6 fois la revol. d'Asteroide + 1/7 × 2 de la revol. de Saturne
= 1/7 × 6 de la revol. de Saturne + 1/2 × 7 de la revol. de Mercure

2° 2 fois la revol. d'Asteroide + 1/9 × 7 de la revol. de Jupiter
= 1/7 × 9 de la revol. de Saturne + 1/6 × 9 de la revol. de Venus

3° 8 fois la revol. de Venus + 7 fois la revol. de la T. + 1/7 × 5 de la revol. de Saturne
= 1/6 × 5 de la revol. d'Uranus + 1/6 × 10 de la révol. de Saturne + 5 fois la revol. d'Asteroide

RAPPORTS EXACTS

1° 1/7 × 5 de la revol. de Venus + 1/2 × 8 de la revol. d'Uranus
= 1/3 × 3 de la revol. de Mars + 1/7 × 8 de la revol. de Saturne

2° 1/5 × 4 de la revol. de la Terre + 1/8 × 3 de la révol. de la Terre
= 1/7 × 3 de la revol. de Mars + 1/9 × 8 de la révol. d'Asteroide

3° 1/7 × 4 × 2 de la rot. du Sol. + 1/8 × 7 de la révol. de la Terre
= 1/10 × 4 × 2 de la rev. de la T. + 1/8 de la rotation du Soleil

4° 7 fois la revol. de Mars + 1/3 × 5 de la revol. de Mercure
= 1/9 de la revol. de Jupiter + 1/10 × 4 de la revol. de la Terre

TROISIÈME PARTIE.

1.° Principes ;

2.° Lois ;

3.° Théorèmes.

CHAPITRE PREMIER.

PRINCIPES ASTRONOMIQUES.

ARTICLE PREMIER.

PRINCIPE DE L'ATTRACTION

Découvert par Newton.

Newton Isaac né à Wolstrop, le 25 Décembre 1642, était d'une famille noble. Il mourut où il était né, le 20 Mars 1721, âgé de 85 ans.

Cet homme d'un génie extraordinaire, fit des découvertes aussi nombreuses qu'admirables ; il donna de nouvelles notions sur la lumière et la couleur ; il étendit considérablement les ressources de l'algèbre et les notions de la géométrie ; il inventa aussi le calcul différentiel, etc. ; mais sa plus haute découverte, c'est sans contredit, son principe de l'*attraction universelle*, principe aussi vaste et aussi étendu que la nature elle-même, et dont les lois de Képler ne sont que des conséquences.

Il convient de nous arrêter à ce grand principe et de le bien faire comprendre.

L'*attraction* se manifeste dans toute la nature et tous les corps en sont doués.

L'*attraction* consiste en ce que : « les corps s'attirent mutuellement et tendent à s'unir. » Ainsi, le soleil attire les planètes et leurs satellites, les planètes attirent leurs satellites ; ceux-ci attirent leurs planètes, les uns et les autres attirent le soleil, etc.

Il faut remarquer que l'*attraction* s'exerce chez tous les corps, dans toutes les directions possibles, c'est-à-dire selon tous les rayons de ces corps ; que, par conséquent, chaque corps attire tous ceux qui l'entourent, comme lui-même est attiré par tous ces derniers.

Le centre de l'*attraction*, dans chaque corps, est au centre même de ce corps ; là est le point d'origine de la plus grande force.

Voilà le fait de l'*attraction*, mais ce fait a lieu selon deux lois qu'il est essentiel de faire connaître.

Et d'abord ce degré de force avec lequel l'*attraction* est exercée par chacun de ces corps, est essentiellement proportionnel à la masse ; c'est ce qu'on exprime en disant que : « *les corps s'attirent en raison directe de leur masse.* »

Pour rendre ceci palpable, désignons deux corps, l'un par A, l'autre par B. Si l'on suppose au corps A une masse double de celle du corps B, il s'ensuivra, d'après ce qu'il vient d'être dit, que le premier attirera le second deux fois autant que le second attirera le premier ; en d'autres termes, que, dans le trajet que feront ces deux coprs l'un vers l'autre pour s'unir, le corps B ira avec une vitesse double de celle du corps A.

Ensuite, la seconde loi de l'*attraction*, c'est que : « *les corps s'attirent selon la raison inverse des carrés de leurs distances*, » c'est-à-dire, que l'*attraction* s'exerce en diminuant proportionnellement selon que le carré de la distance augmente.

Donc, si de trois corps, l'un désigné par A, le second par B, le troisième par C, ces deux derniers se trouvent à des distances inégales du premier, distances que nous ferons ici savoir : A B = 2, A C = 6, il s'ensuivra que le corps A attirera le corps B selon une force égale à 1/4, et le corps C selon une force égale seulement à 1/36, puisque 2 a pour carré 4, et que 6 a pour carré 36. En d'autres termes, la force exercée sur B sera 9 fois plus forte que celle exercée sur C, car $\frac{36}{4} = 9$.

Donc encore, si un corps B, placé à une distance égale à 2 d'un autre corps A, est éloigné à une distance double ou égale à 4, ce même corps B dans cette seconde position ne sera plus attiré par le corps A que selon 1/16 de la force avec laquelle il était attiré dans sa première place.

Résumons tout ce que nous venons de dire, et formulons, comme on le fait, le principe de l'*attraction* en disant que : « *tous les corps s'attirent en raison directe de leurs masses, et en raison inverse des carrés de leurs distances*. »

Voilà donc la définition générale de l'*attraction*, c'est-à-dire la définition qui convient à tous les corps de quelque forme qu'ils soient, cubiques, cylindriques, coniques, sphériques, etc. Mais nous aimerions mieux, du moins pour le moment, ne l'appliquer qu'aux corps de cette dernière espèce, c'est-à-dire aux sphères, telles que sont les planètes et tous les corps célestes, puisqu'il ne s'agit ici que des astres, et en même temps, restreindre cette même définition dans les limites dans lesquelles nous la croyons renfermée. Dans ce cas nous la formulerons en disant que : « *chaque corps sphérique non doué d'un mouvement de rotation, exerce une attraction qui agit avec une force égale, dans toutes les directions de tous ses rayons, et par laquelle tous les corps circomposés sont attirés vers le centre de celui-là, selon la raison directe des masses, etc.* »

Si le corps sphérique est supposé avoir un mouvement de rotation, la définition susdite doit, selon nous, être modifiée, et s'exprimer ainsi : « *Tout corps sphérique doué d'un mouvement de rotation, exerce sur tous les autres corps qui l'entourent la même attraction, mais avec cette différence, que celle-ci devient alors plus considérable dans la direction du rayon polaire, et moins forte dans la région du plan de l'équateur, selon le degré de force de répulsion qui alors est exercée dans ce plan.* »

ARTICLE 2

PRINCIPE DE L'ÉQUILIBRE

Voici la formule de ce principe appliqué d'abord à la terre : *Le grand produit de la terre est égal au grand produit de la lune multiplié* (ce dernier) *par la masse terrestri-solaire* (Voyez prob. 28, 50, 51, etc.).

Il suit de là que l'on peut toujours connaître l'inconnue, deux étant données des trois choses suivantes, savoir :

1° Le grand produit de la terre ;
2° Le grand produit de la lune ;
3° La masse terrestri-solaire.

Nous ferons remarquer que ce principe peut s'appliquer à chaque planète escortée, et que par conséquent il s'étend à tout le système solaire. Pour formuler ce grand principe d'une manière générale, on peut dire que

« *Le grand produit d'un satellite quelconque d'une planète escortée, multiplié par la masse de sa planète, est égal au grand produit d'un satellite quelconque d'une autre planète escortée, multiplié par la masse de cette dernière.* »

On pourrait formuler encore autrement ce beau principe, et voici en effet une autre définition qui équivaut à la première :

« *Le grand produit* (c'est le même pour toutes les planètes) *d'une planète escortée* (de Jupiter, par exemple), *est égal au grand produit de l'un quelconque de ses satellites, multiplié* (ce dernier produit), *par la masse du soleil,* »

Qu'on le remarque bien, dans cette formule nous mettons en équation le grand produit de la planète ; mais, dans la première, nous ne parlons que du grand produit d'un satellite. De même, la masse indiquée dans cette dernière formule est celle du soleil, c'est-à-dire celle qui suppose la masse de la planète égale à l'unité ; au contraire, dans la première, la masse de la planète est celle qui prend l'unité dans la masse de la terre.

Nous ferons encore une remarque importante, c'est que, quand on applique le *principe de l'équilibre* à une planète autre que la Terre, on peut, pour faire le calcul susdit, choisir, parmi les satellites qui accompagnent cette planète, celui que l'on veut.

On pourrait aussi l'appliquer simultanément à toutes les planètes escortées du système solaire, et c'est en effet ce que nous avons fait au prob. 49.

Enfin, nous dirons que le principe de l'*équilibre* permet d'appliquer la troisième loi de Képler (voyez plus bas la formule de cette loi) même aux satellites entre eux de différentes planètes escortées. En effet, d'après ce qui vient d'être rapporté, il s'ensuit que les grands produits de deux satellites appartenant à deux planètes différentes, diffèrent entre eux comme les masses de leurs planètes.

CHAPITRE II.

1.° LOIS DE KÉPLER ; 2.° LOIS DE BODE.

Nous pensons qu'il y a une différence entre un *principe* astronomique et une *loi*. Nous faisons consister cette différence en ce qu'un *principe* accuse une disposition dans les corps célestes qu'il s'assujettit, et une *loi*, l'exécution. En d'autres termes, un *principe* établit d'abord chez ces corps une capacité prochaine d'être soumis à certaines influences réciproques, et d'être placés, les uns à l'égard des autres, dans certains rapports successifs ; tandis qu'une *loi* soumet ensuite ces mêmes corps à l'action, leur fait exécuter les mouvements voulus, et réalise, chez eux les rapports réciproques, les placements successifs auxquels les assujettit le *principe*. D'un seul *principe*, qui est toujours plus général, il peut naître plusieurs *lois*, etc.

ARTICLE PREMIER.

LOIS DE KÉPLER.

Képler, Jean, célèbre astronome, naquit le 27 Décembre 1571, à Magstrat, village situé près de la petite ville de Weil, dans le Wuttemberg, d'une famille illustre, mais peu riche. On regarde ce grand mathématicien comme un législateur en astronomie, et c'est en effet à lui que l'on doit les

lois connues aujourd'hui sous le nom de *lois de Kepler*. Ces lois regardent les mouvements des planètes autour du soleil; elles sont trois que voici :

1.° Les planetes decrivent des ellipses, et non des cercles, autour du soleil qui occupe toujours un des deux foyers de chacune de ces ellipses;

2.° Ces ellipses sont parcourues par les planetes de manière que les *aires* ou *surfaces* sont proportionnelles aux temps;

3.° Les rayons de ces ellipses ou les distances des planetes au soleil sont entre eux, comme les racines cubiques des temps employés à les décrire.

Arrêtons-nous un moment à la plus importante de ces lois, c'est-à-dire à la troisième, et, après en avoir donné une definition plus intelligible, tâchons d'en faire connaître toutes les consequences et toutes les richesses.

Voici d'abord la definition toute simple de cette belle loi :

« Le carre du temps de la revolution siderale d'une planete quelconque est au carre du temps de la revolution siderale d'une autre planete quelconque, comme le cube de la distance de la premiere planete au soleil, est au cube de la distance de la seconde au même soleil. »

Cette troisième loi fut decouverte par Kepler le 15 Mai 1618, comme il le raconte lui-même. Il cherchait, comme au hasard, des rapports entre les distances des planetes et les durees de leurs revolutions; il comparait leurs racines et leurs puissances; il vint heureusement à comparer les carrés du temps des revolutions avec les cubes des distances, et il trouva que le rapport etait constant. Il fut si transporte de cette decouverte qu'il avait peine à se fier à ses calculs.

Qu'aurait-il donc eprouvé, s'il eut pu prévoir que cette loi serait la source de la decouverte plus generale et plus importante encore de l'attraction universelle que fit Newton cinquante ans plus tard; attraction que cet astronome deduit naturellement de la loi de Kepler? Ajoutons : quels n'auraient point ete ses transports, s'il eut su alors que sa belle loi devait aussi servir de fondement à un autre principe egalement riche, celui de l'*équilibre* que nous avons deja developpé plus haut! Mais revenons à notre sujet.

Voila donc que, d'après cette loi, il sera toujours facile de connaître l'inconnue, etant donnees trois des quatre choses suivantes :

1.° La durée de la revolution siderale d'une planete quelconque;

2.° La distance de cette même planete au soleil;

3.° La duree de la revolution siderale d'une autre planete quelconque;

4.° La distance de cette seconde planete au soleil.

Cependant, Kepler, en decouvrant cette loi, assura bien qu'elle s'assujettissait toutes les planetes, mais il n'alla pas plus loin et ne parla pas des corps secondaires.

Plus tard donc on essaya d'appliquer la formule de cette même loi aux satellites entre eux d'une même planete escortée, et on decouvrit qu'elle s'assujettissait encore ces derniers. Dans ce dernier cas voici comme cette loi devrait être formulee :

« Le carre de la durée de la révolution siderale d'un satellite quelconque d'une planete escortee, est au cube de la distance de ce même satellite au centre de sa planete, comme le carre de la durée de la révolution siderale d'un autre satellite quelconque de la même planete, est au cube de la distance de ce dernier au centre de la même planete. »

Nous serait-il permis d'ajouter, après les autres, que cette même loi peut

s'assujettir, non-seulement les planètes entre elles, comme l'a dit Képler, non-seulement encore tous les satellites entre eux d'une même planète, comme l'ont dit plus tard certains astronomes, mais encore, et c'est ce que nous assurons, tous les satellites d'une même planète avec tous ceux d'une autre planète, c'est-à-dire tous les satellites entre eux du système solaire?

Cependant, dans ce dernier cas, nous l'avouerons, nous ne sommes plus tout-à-fait sur le domaine de la loi de Képler, mais plutôt sur celui du *principe de l'équilibre* que nous avons déjà rapporté plus haut.

ARTICLE 2.

LOI DE BODE.

Bode Jean-Elert, astronome allemand, naquit en 1747, à Hambourg, où son père, Jean-Jacques Bode, dirigeait une école communale, et mourut le 23 Novembre 1826, occupant la place d'astronome pratique, résidant à Berlin.

On doit à ce célèbre astronome la belle loi qui porte son nom, et dont voici l'histoire et la formule :

En comparant les distances mutuelles des corps qui composent notre système planétaire, et considérant les quatre (alors il n'y en avait que quatre connues) petites planètes (1), comme n'en ayant autrefois formé qu'une seule (et c'est ce que nous ferons aussi y étant d'ailleurs forcé par le calcul (2), Bode a remarqué une singulière relation entre ces distances, qui, pour n'être pas tout-à-fait exactes, ne méritent pas moins d'être signalées.

Cette relation aujourd'hui connue sous le nom de *loi de Bode*, consiste en ce que, si l'on partage en dix parties égales la distance moyenne de la terre au soleil, et que l'on prenne l'une de ces parties pour unité, afin de mesurer les autres distances, on trouve que la distance du soleil

A Mercure, est exprimée par	$4 = 4 + 0 \times 3$.
A Vénus	$7 = 4 + 1 \times 3$.
A la Terre	$10 = 4 + 2 \times 3$.
A Mars	$16 = 4 + 4 \times 3$.
A Astéroïde	$28 = 4 + 8 \times 3$.
A Jupiter	$52 = 4 + 16 \times 3$.
A Saturne	$100 = 4 + 32 \times 3$.
A Uranus	$196 = 4 + 64 \times 3$.
A Neptune	$388 = 4 + 128 \times 3$.
A Hercule	$672 = 4 + 256 \times 3$. (3)

CHAPITRE III.

THÉORÈMES.

Nous prévenons le lecteur que nous n'avons pas l'intention de formuler, dans cette troisième partie, tous les théorèmes qui nous ont servi à résoudre nos problèmes; mais aussi nous ne citerons que très-peu de ceux qu'on trouve dans les traités déjà existants d'astronomie.

(1) Voyez Astéroïde, 1.re partie, chap. 2, art. 2, § 1.er N.° 1.
(2) Voyez Astéroïde, probl. 47, au tableau.
(3) Voyez 1.re partie, chap. II, art. 2, § 1, N.° 2, point 2, la note.

1er THÉORÈME

Si vous divisez la durée de l'année sidérale 365,256374471 par les 360 degrés de la circonférence que la Terre parcourt, dans son ellipse, pendant cet espace de temps, et qu'ensuite vous divisiez par le quotient trouvé la durée de la révolution synodique de la lune 29,5308, vous aurez, dans le résultat la valeur de l'arc que la Terre parcourt, dans son ellipse pendant cette révolution synodique de la lune (Voyez les problèmes 2, 3, 4.)

Donc, on peut toujours connaître l'inconnue, étant données trois des quatre choses suivantes savoir

1° La durée de l'année sidérale de la Terre,
2° La circonférence laquelle est de 360°,
3° La durée de la révolution synodique de la lune,
4° L'arc, exprimé en degrés, que la Terre parcourt en un jour dans son ellipse autour du soleil.

2e THÉORÈME

Si vous divisez la durée de la révolution synodique de la lune 29,5308 par la durée de la révolution sidérale de ce satellite, et qu'ensuite vous multipliez, par le quotient trouvé les 360 degrés de la circonférence vous aurez, dans ce produit l'arc, plus grand que la circonférence, que parcourt la lune dans son ellipse autour de la terre, pendant l'espace de sa révolution synodique (Voyez prob. 2, 3, 4.)

Donc on peut toujours connaître l'inconnue, étant données trois des quatre choses suivantes savoir

1° La durée de la révolution synodique de la lune,
2° La durée de la révolution sidérale de la lune,
3° La circonférence laquelle est de 360°,
4° L'arc exprimé en degrés plus grand que la circonférence que parcourt la lune pendant sa révolution synodique.

3e THÉORÈME

La somme de 360 degrés additionnée à 13°1763 que parcourt la lune pendant un jour dans son ellipse, divisée (cette somme) par 360° donne pour quotient la racine carrée du quotient qui résulte de la division de la révolution sidérale de la lune par la durée de la rotation du soleil.

Il faut toutefois remarquer que ce quotient qui exprime ici une racine carrée, et qui peut ainsi mener à la connaissance de la durée de la rotation solaire, doit pour être exact, être multiplié par la sixième racine du quotient qui résulte de l'unité, suivie de quatre zéros, divisée d'abord par la révolution sidérale de la Terre et encore ensuite par la révolution sidérale de la lune (Voyez prob. 6.)

D'où il suit qu'il est toujours possible de connaître l'inconnue, étant données cinq des six choses suivantes, savoir

1° La circonférence de 360 degrés,
2° La révolution sidérale de la lune,
3° L'arc = 13°1763 que la lune parcourt en un jour dans son ellipse
4° La durée de la révolution sidérale de la terre
5° La durée de la rotation solaire

4.e THÉORÈME.

Un point quelconque, pris sur l'équateur solaire, est animé pendant le mouvement de rotation de cet astre, d'une vitesse qui fait parcourir à ce point, dans un temps donné, par exemple en un jour, un espace linéaire double de celui que la vitesse dont la lune est animée, fait parcourir au centre de ce satellite, pendant la même durée de temps, dans son ellipse autour de la Terre.

Et quant à l'espace linéaire que la terre parcourt dans son ellipse pendant le même temps, il est 30 fois plus grand que celui que parcourt la lune, en supposant ce trajet de la terre multiplié par la différence géométrique du jour solaire au jour sidéral. (Voyez prob. 5, 33 et 36.)

Donc, on peut toujours connaître l'inconnue, étant données trois des quatre choses suivantes, savoir :

1.° L'espace, exprimé en mesure linéaire, par exemple en lieues, que parcourt un point quelconque de l'équateur solaire dans son mouvement de rotation, pendant un temps donné, par exemple en un jour ;

2.° L'espace, exprimé en même mesure, que parcourt le centre de la lune dans son ellipse pendant la même durée de temps ;

3.° L'espace, exprimé également en mesure. linéaire, que la terre parcourt dans son ellipse pendant le même intervalle de temps ;

4.° La différence géométrique (voyez prob. 5) du jour solaire au jour sidéral.

Et quant au nombre 30, il est toujours connu.

Nous ferons remarquer que ce théorème peut aussi s'exprimer d'une manière fort simple, comme suit :

« L'ellipse terrestre, multipliée d'abord par la différence géométrique du jour solaire au jour sidéral, et divisée ensuite par 30, est égale, en mesure linéaire (soit en lieues), à l'ellipse lunaire ; tandis que celle-ci est la moitié, toujours en mesure linéaire, de l'équateur solaire.

« Si, après cela, vous divisez l'espace, compté aussi en lieues, que parcourt la lune, en un jour, dans son ellipse, par 300, vous trouverez, au quotient, le même nombre, que si vous divisiez l'espace que parcourt la terre et un jour dans son ellipse par la circonférence moyenne (aussi comptée en lieues) de la terre. » (Voyez prob. 37).

5.e THÉORÈME.

Le rayon de la terre, exprimé en lieues, et le rayon de la circonférence exprimé en secondes (toutefois ayant une caractéristique augmentée de trois unités, ce qui produit des millièmes de secondes) donnent, si on les multiplie l'un par l'autre, un produit égal à celui que donnent les distances de la terre au soleil et de la lune à la terre, multipliées l'une par l'autre et exprimées en lieues. (Voyez prob. 11 et 12.)

Donc, trois des quatre choses suivantes étant données, il est toujours possible de connaître l'inconnue :

1.° Le rayon moyen de la terre exprimé en lieues ;

2.° Le rayon du cercle multiplié par 1000 et exprimé en secondes ;

3.° La distance de la terre au soleil, exprimée en lieues ;

4.° La distance de la lune à la terre, exprimée aussi en lieues.

6 e THEOREME

Si vous divisez d abord le grand produit terrestre par le petit produit terrestre, puis, le grand produit lunaire par le petit produit lunaire enfin le dernier quotient (avec une caractéristique diminuée d une unité) par le premier vous aurez au resultat, la valeur de la différence geometrique de l année siderale a 360 degres valeur qui toutefois sera exprimee avec une caractéristique trop haute de deux unités (Voyez prob 17)

Il suit de la que l on peut toujours connaître l inconnue, etant données six des sept choses suivantes, savoir

1 ° Le grand produit de la terre
2 ° Le petit produit de la terre,
3 ° Leur difference geometrique,
4 ° Le grand produit lunaire
5 ° Le petit produit lunaire,
6 ° Leur difference geometrique,
7 ° La difference geometrique de l annee sidérale a 360°

Ce theoreme fait encore voir l exactitude des nombres comme ne pouvant être ni plus grands ni plus petits, par lesquels nous avons represente la distance de la terre au soleil et de la lune a la terre (Voyez prob 11 et 12)

Si l on voulait appliquer ce theoreme aux autres planetes, il est bien évident qu il devrait se formuler ainsi

« Si vous divisez d abord le grand produit de la planete supposee par le petit produit de cette même planete puis le grand produit de l un quelconque de ses satellites par le petit produit de ce même satellite enfin, le dernier quotient (avec une caracteristique diminuee d une unite) par le premier, vous aurez, au resultat la valeur de la difference geometrique de la revolution siderale de la planete supposee a 360 degres

Ce theoreme peut être d un grand secours pour verifier les diametres des planetes des satellites, etc

7 e THEOREME

La difference unitaire du grand rayon de la terre a son petit rayon, est égale a la racine carree de l unite suivie de cinq zeros (100000) multipliee (cette racine carree) par la difference géometrique qui resulte de la division de la somme de la circonference augmentée de l angle que parcourt la lune en un jour dans son ellipse (somme qui devient ici de 360°+13°1763=373°1763) par la circonference ou 360° (Voyez prob 13)

Donc, on peut toujours connaître cette difference unitaire et par consequent cette même difference comptee en lieues, etant donnes les trois simples nombres qui suivent savoir

1 ° Le nombre 100000,
2 ° Le nombre 360°,
3 ° La somme 360°+13°1763=373°1763

Nous ferons remarquer que par la *difference unitaire* susdite, nous entendons celle qui est representée par le second membre de cette equation $\frac{R}{n}=x$ dans laquelle la lettre R représente le rayon moyen de la terre exprime en mesure lineaire, par exemple en lieues, et la lettre N le resultat obtenu dans l operation qui vient d être indiquee (Voyez prob 13)

Voila un simple theoreme qui mene a la solution d un probleme qui jusqu aujourd hui est resté insoluble malgré tant d efforts qu on a deja faits

TABLE.

DEUXIÈME PARTIE.

PHÉNOMÈNES CÉLESTES.

1.° *Problèmes sur les trois corps;* 2.° *Problèmes sur toutes les planètes.*

TROISIÈME PARTIE.

PRINCIPES, LOIS, THÉORÈMES.

Lille-Imp. L. Danel